

2.12 Хімічна кінетика і рівновага процесів. Швидкість хімічних реакцій

Вчення про швидкість хімічних реакцій називається хімічною кінетикою.

Під швидкістю хімічної реакції розуміють зміну концентрації одного з реагуючих речовин за одиницю часу. Оскільки всі речовини, що брали участь у реакції, зв'язані між собою рівнянням реакції, то не має значення, для якої із цих речовин визначається швидкість реакції. Через зміну концентрації однієї з речовин можна судити про зміну концентрації інших учасників реакції. Якщо концентрацію виражати в молях на 1 г (1 кг), а час – у секундах або годинах, то швидкість реакції виражають у моль/г·с або моль/г·год. Розглянемо швидкість реакції, яка проходить згідно з рівнянням



Через витрати речовини швидкість реакції зменшується, як показано на рисунку 2.12.

Швидкість реакції може бути визначена тільки для конкретного проміжку часу. Так, для проміжку $\Delta t = t_2 - t_1$ зміна концентрації становить $\Delta C = C_2 - C_1$, а середня швидкість реакції V дорівнює

$$V = -\frac{\Delta C}{\Delta t}. \quad (2.81)$$

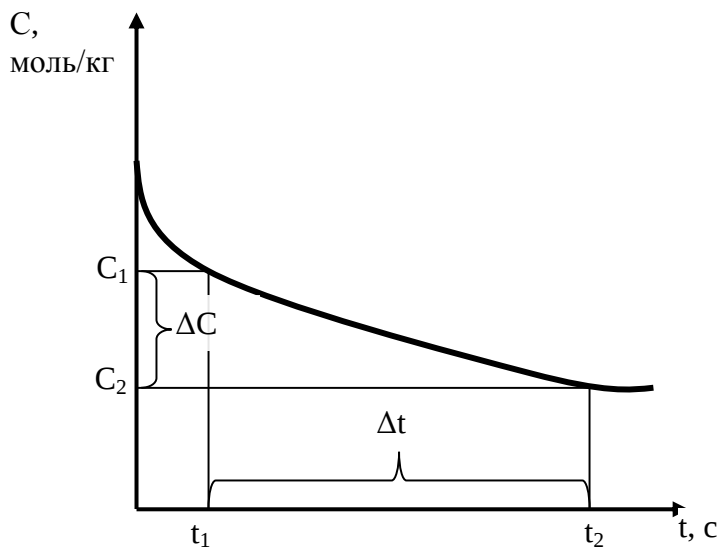


Рисунок 2.12 – Зміна концентрації реагуючих речовин у часі

Не звертаючи уваги на те, що концентрація речовини А має негативне значення, швидкість реакції може бути тільки позитивною величиною. А якщо слідувати за зміною концентрації одного із продуктів реакції, то вона під час реакції буде збільшуватися, і тому в правій частині рівняння (2.81) необхідно ставити знак «плюс». Оскільки швидкість хімічної реакції увесь час змінюється, то в хімічній кінетиці розглядають звичайно тільки одну дійсну швидкість реакції V , розуміючи під нею швидкість у заданий момент часу.

Швидкість хімічних реакцій залежить від природи реагуючих речовин і умов їх протікання, з яких найбільш важливими є концентрація реагуючих речовин, температура й наявність каталізаторів.

2.12.1 Вплив концентрацій реагуючих речовин

Для хімічної взаємодії між речовинами А і В необхідно, щоб їх молекули зіштовхнулися. Чим більше цих зіткнень, тим швидше відбувається реакція, а кількість зіткнень тим більше, чим вище концентрація реагуючих речовин. Звідси випливає основний закон хімічної кінетики, сформульований на основі широкого експериментального матеріалу. Він установлює залежність швидкості реакції від концентрації реагуючих речовин і формулюється так: **швидкість хімічної реакції пропорційна концентрації реагуючих речовин.**

Для реакції (2.80) цей закон виражається рівняннями:

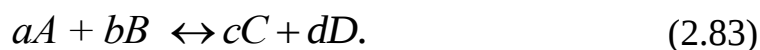
$$\begin{aligned} \mathcal{Q}_1 &= K_1 C_A C_B \\ \mathcal{Q}_2 &= K_2 C_C C_D, \end{aligned} \quad (2.82)$$

де C_A , C_B , C_C і C_D – молярні концентрації речовин А, В, С і Д;

K_1 і K_2 – коефіцієнти пропорційності, які мають назву постійної швидкості реакції.

Якщо узяти концентрації реагуючих речовин за 1, то постійна швидкості реакції буде дорівнювати швидкості реакції, тобто постійна швидкості реакції – це швидкість реакції при концентрації кожної з реагуючих речовин, яка дорівнює 1 моль/л. Саме поняття швидкості реакції належить до даної реакції, а не до окремих реагуючих речовин. Очевидно, що для кожної реакції при постійній температурі її постійна швидкості є величиною сталою. Якщо знати коефіцієнти швидкості реакції, то можна порівнювати швидкості хімічної взаємодії речовин. Постійна швидкості реакції залежить від температури й від природи реагуючих речовин, але не залежить від їхньої концентрації.

Рівняння типу (2.82) називають кінетичним рівнянням реакції. Для реакції, що має стехіометричні коефіцієнти, і записується у вигляді



Кінетичні рівняння мають вигляд:

– для прямої реакції:

$$\mathcal{G}_1 = K_1 C_A^a C_B^b, \quad (2.84)$$

– для оборотної реакції:

$$\mathcal{G}_2 = K_2 C_C^c C_D^d, \quad (2.85)$$

де a , b , c , d – стехіометричні коефіцієнти відповідних реагуючих речовин.

У кінетичних рівняннях (2.84) і (2.85) концентрації реагуючих речовин підносять до степеня їх стехіометричних коефіцієнтів.

Тверді речовини реагують тільки на поверхні, і тому їх концентрація в процесі реакції залишається постійною. У цьому випадку швидкість реакції пропорційна концентрації тільки речовини, що не перебуває у твердому стані. Наприклад, для реакції $C + O_2 = CO_2$ кінетичне рівняння має вигляд

$$\mathcal{G} = K' CO_2,$$

$$K' = KC_C,$$

де K – коефіцієнт швидкості реакції;

C_C – концентрація твердого вуглецю.

2.12.2 Вплив температури

Залежність швидкості реакції від температури визначається за правилом Вант-Гоффа, згідно з яким з підвищенням температури на 10 градусів швидкість більшості реакцій зростає в 2...4 рази. Математично це виражається співвідношенням

$$\vartheta_T = \vartheta_{T_0} \cdot \nu \cdot \frac{T - T_0}{10}, \quad (2.86)$$

де $\vartheta_T, \vartheta_{T_0}$ – швидкості реакцій, відповідно, при кінцевій температурі T і початковій температурі T_0 ;

ν – температурний коефіцієнт швидкості реакції, що показує, у скільки разів зростає швидкість реакції з підвищенням температури реагуючих речовин на 10 градусів.

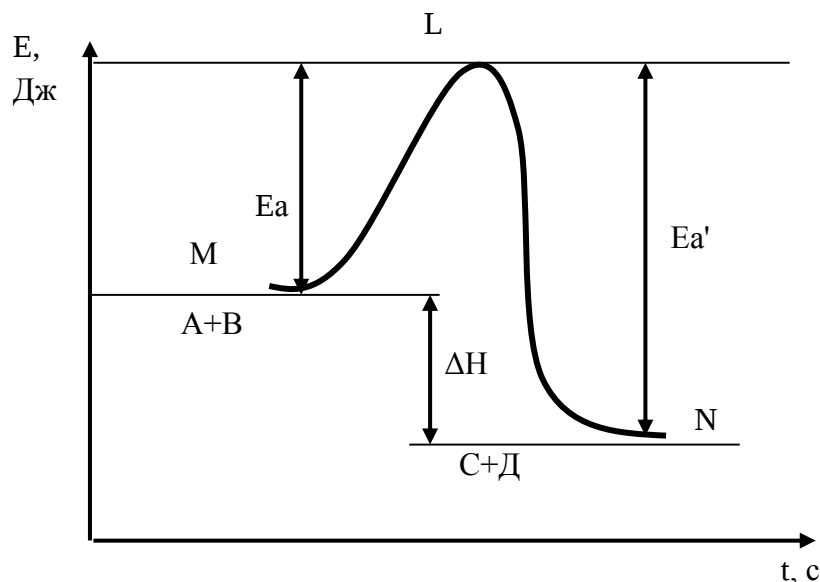
Правило Вант-Гоффа є наближеним, і його можна використовувати тільки для орієнтовної оцінки впливу температури на швидкість реакції, збільшуючи постійну швидкості.

2.12.3 Енергія активації

Згідно з теорією активації в хімічну взаємодію вступають тільки активні молекули, які мають енергію, достатню для здійснення даної реакції. Активність молекул можна підвищувати наданням їм додаткової енергії – цей процес називають активацією. Одним зі способів активації є підвищення температури. Енергія, яку необхідно додати молекулам реагуючих речовин, щоб перетворити їх на активні, називається енергією активації – E_a . Величина її залежить від природи реагуючих речовин і є одним з параметрів, що визначають швидкість реакції. При малому значенні E_a швидкість реакції більша, ніж при великому.

Для того щоб реагуючі речовини А і В (рівняння (2.80)) утворювали продукти реакції С і Д, вони повинні подолати енергетичний бар'єр ML (рис. 2.13).

На це витрачається енергія активації E_a , на величину якої збільшується енергія системи. При цьому під час реакції із часток реагуючих речовин утворюється нестійке угруповання, яке називається перехідним станом, або активованим комплексом (точка L), наступний розпад якого призводить до утворення продуктів реакції С і Д. Якщо внаслідок розпаду активованого комплексу виділяється більше енергії, чим це необхідно для активації молекул, то реакція буде екзотермічною, а якщо ні, то – ендотермічною.



M – енергетичний стан системи до реакції; N – енергетичний стан системи після реакції; E_a – енергія активації прямого процесу E'_a – енергія активації зворотного процесу; L – активований комплекс; ΔH – тепловий ефект реакції

Рисунок 2.13 – Зміна енергії реагуючої системи в часі

Прикладом ендотермічної реакції може бути зворотний процес утворення з речовин С і Д речовин А і В. У цьому випадку частковому стану системи відповідає рівень енергії N, кінцевому – М, а енергія активації становить $E_a = \Delta H$. Для протікання ендотермічних реакцій необхідно безперервно вводити енергію зовні.

При заданій концентрації реагуючих речовин швидкість реакції характеризується постійною швидкості реакції (K_1 і K_2 , згідно з рівнянням (2.84) і (2.85)), що залежить від температури. Отже, для знаходження залежності швидкості реакції від температури досить визначити температурну залежність постійної швидкості реакції. Ця залежність має експонентний характер і виражається законом Арреніуса:

$$K = K_0 \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right), \quad (2.87)$$

де K_0 – емпірична постійна.

Логарифмуючи рівняння (2.87), одержимо:

$$\ln K = -\frac{E_a}{R} \frac{1}{T} + \ln K_0. \quad (2.88)$$

Рівняння (2.88) виражається прямою лінією в координатах $\ln K - \frac{1}{T}$

(рис. 2.14) з тангенсом кута нахилу $\tan \alpha = -\frac{E_a}{R}$. Це дозволяє графічно визначити енергію активації E_a й постійну K_0 за даними досліджень.

Енергія активації може бути знайдена із двох значень постійних швидкості даної реакції K_{T_1} і K_{T_2} при двох температурах T_1 і T_2 з рівняння, яке випливає з вираження (2.88)

$$\ln \frac{K_{T_1}}{K_{T_2}} = \frac{E_a}{R} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right).$$

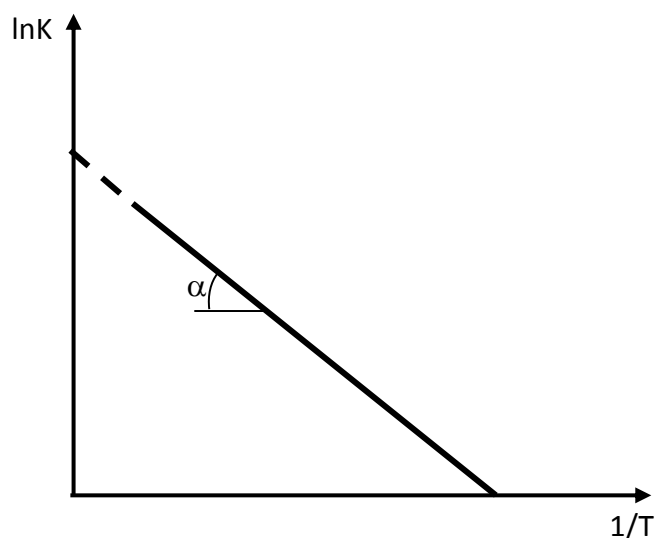


Рисунок 2.14 – Залежність $\ln K$ від $\frac{1}{T}$

Рівняння Арреніуса (2.87) однаково можна застосувати як до реакцій речовин, що перебувають у газовому стані, так і до реакцій речовин, що перебувають у розчинах.

Диференціюючи рівняння (2.88), можна записати закон Арреніуса в диференціальній формі:

$$\frac{d \ln K}{dT} = \frac{E_a}{RT^2}. \quad (2.89)$$

Звідси бачимо, що постійна швидкості реакції, а отже, і швидкість реакції, залежать від температури.

Фізичний зміст енергії активації можна пояснити в такий спосіб. Для початку реакції необхідне зіткнення реагуючих молекул. Однак не всі зіткнення між молекулами викликають реакції між ними. Якби всі

зіткнення викликали реакції, то всі реакції протікали б миттєво. У реакціях, що протікають із кінцевою швидкістю, кількість зіткнень між молекулами, що викликає хімічну взаємодію, становить тільки частину загальної кількості зіткнень. Ефективними виявляються тільки зіткнення між активними молекулами, які в період зіткнення мають деякий надлишок енергії в порівнянні із середнім (для даної температури) її значенням. Енергія активації i є надлишком енергії, який повинні мати молекули в період зіткнення, щоб бути здатними до даної хімічної взаємодії.

Коефіцієнти K_0 у рівнянні (2.87) закону Арреніуса можна представити як характеристику повної кількості зіткнень реагентів, а множник $\exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right)$ – як частку зіткнень, які відбуваються між активними молекулами. Енергія активації є головним чинником, що визначає швидкість протікання хімічної реакції: чим менша енергія активації, тим більша константа швидкості реакції і тим швидше протікає реакція.

2.12.4 Поняття про каталіз

Прискорення або вповільнення хімічних процесів речовинами, які внаслідок реакції залишаються незмінними, називається каталізом.

При постійній температурі підвищити швидкість реакції можна застосуванням каталізаторів, тобто речовин, що збільшують швидкість реакції – позитивний каталіз, або сповільнюють її – негативний каталіз.

Хімічні реакції, що протікають при наявності каталізаторів, називають каталітичними, при цьому сам каталізатор до складу кінцевих продуктів реакції не входить.

Розрізняють гомогенний і гетерогенний каталіз. У першому випадку реагуючі речовини й каталізатор утворюють однофазну систему – газоподібну або рідку. При гомогенних каталітичних реакціях утворюються проміжні сполуки каталізатора з реагуючою речовиною, які надалі розкладаються.

При гетерогенному каталізі реагуючі речовини й каталізатори утворюють систему з різних фаз. У цьому випадку між ними існує поверхня поділу. Звичайно каталізатор є твердою речовиною, а реагуючі речовини – газами або рідинами. Усі реакції при гетерогенному каталізі відбуваються на поверхні каталізатора, тому активність твердого каталізатора залежить від властивостей його поверхні (величини, хімічного складу, будови і стану).

Механізм дії каталізаторів може бути різним, але найпоширеніший – утворення проміжних сполук з однією з реагуючих речовин. Так, якщо повільну реакцію $A + B = AB$ проводити за наявності каталізатора K ,

то останній вступає в хімічну взаємодію з однією з вихідних речовин, утворюючи нестандартну проміжну сполуку:



Реакція відбувається швидко, тому що енергія активації цього процесу мала. Далі проміжна сполука АК взаємодіє з іншою вихідною речовиною, звільняючи при цьому каталізатор:



Енергія активації цього процесу також мала, тому реакція відбувається з достатньою швидкістю. Головною причиною збільшення швидкості реакції за наявності каталізаторів є значне збільшення хімічної активності адсорбованих молекул. Під дією каталізатора в адсорбованих молекулах слабшають зв'язки між атомами, і вони стають більш реакційно здатними.

Деякі речовини знижують або повністю знищують активність твердого каталізатора. Ці речовини називають каталітичними ядрами. Як приклад, можна навести сполуки миш'яку, ртуті, свинцю, ціаністі сполуки, до яких особливо чутливі платинові каталізатори.

Існують також речовини, що підвищують дію каталізаторів реакції, хоча самі не є каталізаторами. Ці речовини називають промоторами (наприклад, промочування платинових каталізаторів домішками заліза та алюмінію).

Дія каталізаторів є вибірковою, тому, застосовуючи різні каталізатори, можна одержувати з тієї самої речовини різні продукти.

2.13 Хімічна рівновага гомогенного середовища

Гомогенною називається система, у якій відсутні межі поділу, що відокремлюють її частки, а частини всіх речовин, що становлять гомогенну систему, перебувають в однакових умовах теплового руху.

При протіканні оборотних реакцій можливі такі випадки співвідношення швидкості реакцій (2.83):

$\vartheta_1 > \vartheta_2$ – реакція протікає зліва направо із утворенням продуктів реакції;

$\vartheta_1 < \vartheta_2$ – реакція протікає справа наліво із утворенням вихідних речовин;

$\vartheta_1 = \vartheta_2$ – реакція протікає одночасно зліва направо і справа наліво, тобто проявляється динамічна рівновага.

У цьому випадку не спостерігається зміна концентрації всіх реагуючих речовин. Для цих умов зміна енергії Гіббса $dG = 0$.

Розглянемо докладніше цей випадок. Порівняємо праві сторони рівнянь (2.84) та (2.85):

$$K_1 C_A^a C_B^b = K_2 C_C^c C_D^d.$$

Звідки

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{C_C^c C_D^d}{C_A^a C_B^b} = K_C, \quad (2.92)$$

де K_C – константа рівноваги, виражена через концентрації.

Таким чином, у стані рівноваги відношення добутку концентрацій, що знаходяться в правій частині рівняння, до добутку концентрацій, що стоять у його лівій частині, є величиною сталою.

Для загального випадку реакцій (2.83) визначення константи рівноваги проводиться з виразу

$$K_C = \frac{C_C^c C_D^d}{C_A^a C_B^b}. \quad (2.93)$$

Концентрації реагуючих речовин для реакцій, що перебувають у рівновазі, називаються рівноважними. При постійному тиску константа рівноваги залежить тільки від температури. Визначення величини константи рівноваги для заданої температури дозволяє розрахувати рівноважні концентрації реагуючих речовин.

Константа рівноваги реакції може бути виражена через парціальні тиски реагуючих речовин, якщо вони перебувають у газоподібному стані й підкоряються рівнянню ідеальних газів. Для цього скористаємося законом Дальтона і об'єднаним законом газового стану:

$$C = \frac{n}{V} = \frac{p}{RT}, \quad (2.94)$$

де n – число молів газу;

V – об'єм газу;

p – парціальний тиск газів. Для різних газів позначається, відповідно, p_A , p_B , p_C і p_D ;

R – газова стала;

T – температура газу.

Якщо підставити рівняння (2.94) у рівняння (2.93), то одержимо:

$$K_C = \frac{p_C^c p_D^d (RT)^a (RT)^b}{p_A^a p_B^b (RT)^c (RT)^d} \quad (2.95)$$

або

$$K_C = K_p (RT)^{(a+b)-(c+d)} = K_p (RT)^{\Delta n}, \quad (2.96)$$

де $K_p = \frac{p_C^c p_D^d}{p_A^a p_B^b}$ – постійна рівноваги, виражена через парціальні

тиски;

Δn – різниця між числом молекул лівої й правої частини хімічного рівняння, $\Delta n = (a + b) - (c + d)$.

Якщо $\Delta n = 0$, то $K_C = K_p$.

Для реальних газів і розчинів закон хімічної кінетики (діючих мас) можна застосувати, якщо замість тиску і концентрацій використовувати, відповідно, летючість і активність. Тоді постійні рівноваги виражаться як K або K_a .

Каталізатори в цьому випадку тільки змінюють швидкість процесу, не зміщуючи рівноваги.

Константі рівноваги притаманні такі властивості:

1. Константа рівноваги фіксує відношення концентрацій речовин, що брали участь у реакції в умовах термодинамічної рівноваги системи. Її значення не залежить від абсолютної маси речовин:

$$K = \exp\left(-\frac{\Delta G^0}{RT}\right). \quad (2.97)$$

2. Константа рівноваги реакції, у якій беруть участь газоподібні речовини, виражена через парціальні тиски цих речовин, не залежить від загального тиску в системі і визначається тільки температурою. Ця властивість впливає з виразу (2.97): під знаком експоненти перебуває стандартний ізобарний потенціал, що є функцією тільки температури. Якщо в константу рівноваги тієї ж реакції парціальні тиски газоподібних речовин не входять, то її значення може залежати й від загального тиску в системі.

3. Константа рівноваги має точне певне значення для кожної реакції і при кожній температурі. Тому якщо в рівноважній системі змінити концентрацію будь-якої із речовин, що входять до константи рівноваги, тобто змінити значення співвідношення концентрацій (не змінюючи всіх інших параметрів стану), то виникає процес, який закінчиться рівновагою, що характеризується попереднім значенням константи рівноваги. Це твердження зветься *законом дії мас* або *законом хімічної рівноваги*. Константа рівноваги (2.97) є математичним записом цього закону.

4. Константа рівноваги виражається безрозмірним числом, тому що в рівняннях хімічних потенціалів, використаних при виведенні рівняння (2.97), стоять безрозмірні величини.

2.14 Рівняння ізотерми хімічних реакцій

Дослідження енергії Гіббса дозволяють визначити найбільш оптимальні фізичні умови для здійснення конкретного процесу – T , p і C , тобто температуру, тиск і концентрацію.

Розглянемо при постійній температурі і тиску величину енергії Гіббса ΔG для оборотної хімічної реакції між газоподібними речовинами, взятими з вільно обраними парціальними тисками. Якщо реакція протікає згідно з рівнянням (2.80), то величина ΔG дорівнює

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S + RT \ln \frac{p_C^0 p_D^0}{p_A^0 p_B^0}. \quad (2.98)$$

Знак «0» при кожному з парціальних тисків означає, що вони не є рівноважними.

Позначимо відносини добутків цих парціальних тисків у рівнянні (2.98) через K^0 , тобто

$$K^0 = \frac{p_C^0 p_D^0}{p_A^0 p_B^0}.$$

Визначимо для цієї ж реакції (2.80) величину ΔG , якщо вона протікає в умовах рівноваги ($\Delta G = 0$):

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S + RT \ln \frac{p_C p_D}{p_A p_B}. \quad (2.99)$$

Віднімемо з рівняння (2.98) рівняння (2.99) і одержимо:

$$\Delta G = RT(\ln K^0 - \ln K_p). \quad (2.100)$$

Це рівняння зветься ізотермою хімічних реакцій, або ізотермою Вант-Гоффа, і надає змоги прослідкувати вплив парціальних тисків (концентрацій) на умови рівноваги оборотних реакцій.

У випадку, коли $\ln K^0 = \ln K_p$, $\Delta G = 0$. Це означає, що реакція не протікає, як зліва направо, так і справа наліво.

У випадку відхилення парціальних тисків від рівноважних, величина ΔG може змінюватися в широких межах – від «+» до «-», при цьому знак ΔG визначає напрямок реакції. Якщо $\Delta G < 0$, то реакція йде вправо, а якщо $\Delta G > 0$, то реакція йде вліво.

Різницю $\ln K^0 - \ln K_p$ можна назвати відстанню від рівноваги. Чим більше ця різниця, тим більше ΔG і тем інтенсивніше повинна протікати реакція.

Для визначення $\ln K_p$ приймаємо, що $\ln K^0 = 0$.

Такий випадок є можливим, якщо парціальні тиски реагуючих газів прирівняти до одиниці (так звана нормальна спорідненість). Тоді

$$\ln K_p = -\frac{\Delta G}{RT}. \quad (2.101)$$

Якщо перевести натуральні логарифми в десяткові і підставити числове значення газової сталої, то одержимо:

$$\lg K_p = -\frac{\Delta G}{19,14T}. \quad (2.102)$$

У випадку, якщо величина енергії Гіббса невідома, можна визначити логарифм константи рівноваги за приблизною формулою, для чого в рівняння (2.99) підставимо вираз для ΔG з поправкою Уліха (2.78) і одержимо:

$$\lg K_p = -\frac{\Delta H_{298}^0}{19,14T} + \frac{\Delta S_{298}^0}{19,14} + \frac{\Delta C_{p,298}^0 M_0}{19,14}. \quad (2.103)$$

Для неточних розрахунків можна зневажити поправкою Уліха й знаходження $\lg K_p$ здійснити за виразом

$$\lg K_p = -\frac{\Delta H_{298}^0}{19,14T} + \frac{\Delta S_{298}^0}{19,14}. \quad (2.104)$$

Слід мати на увазі, що розрахунки за рівнянням ізотерми реакції досить точні тільки для ідеальних газів або ідеальних речовин.

Рівняння ізотерми реакції широко використовуються у фізичній хімії, у зв'язку з тим, що воно дозволяє висновити про можливість протікання тієї або іншої реакції.

Часто у посібниках з металургійних розрахунків рівняння (2.104) наводиться у вигляді [7]

$$\lg K = \frac{A}{T} + B, \quad (2.105)$$

а значення коефіцієнтів А і В для різних реакцій даються в довідкових таблицях.

Виразивши в константі рівноваги газової реакції парціальні тиски через загальний тиск системи за допомогою рівняння Дальтона $p_i = N_i p$ одержимо:

$$K_p = \frac{(p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \cdot \dots \cdot p_i^{n_i})_{\text{кін}}}{(p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \cdot \dots \cdot p_i^{n_i})_{\text{вих}}} = \frac{(N_1^{n_1} \cdot N_2^{n_2} \cdot \dots \cdot N_i^{n_i})_{\text{кін}}}{(N_1^{n_1} \cdot N_2^{n_2} \cdot \dots \cdot N_i^{n_i})_{\text{вих}}} p^{\Delta n}.$$

Остаточно

$$K_p = K_N p^{\Delta n}, \quad (2.106)$$

де K_N – константа рівноваги, виражена через мольні частки;
 Δn – приріст числа молей газоподібних речовин у реакції

$$\Delta n = \sum_i n_{i_{\text{кін}}} - \sum_i n_{i_{\text{вих}}}. \quad (2.107)$$

З рівняння (2.106) бачимо, що при $\Delta n = 0$ величина K_N , так само як і величина K_p , залежить тільки від температури, а при $\Delta n \neq 0$ – ще і від тиску.

Константу рівноваги гомогенної реакції в конденсованій фазі K_a можна подати добутком двох співмножників:

$$K_a = K_N K_\gamma,$$

де K_γ – відношення коефіцієнтів активностей речовин – учасників реакції, яке складене за правилом запису констант рівноваги.

Якщо $K_\gamma \neq 1$, то K_N залежить від температури і від інших параметрів, від яких залежать коефіцієнти активності. В ідеальному розчині $K_\gamma = 1$.

Приклад [7]. Розрахувати приблизно константу рівноваги реакції $\text{O}_2 = 2\text{O}$.

Розв’язання. За рівнянням (2.16), використовуючи дані термодинамічних довідників, знаходимо тепловий ефект реакції $\Delta H_{298}^0 = 498,4 \text{ кДж / моль}$; використовуючи рівняння (2.57), визначаємо збільшення ентропії $\Delta S_{298}^0 = 117 \text{ Дж / моль} \cdot \text{K}$. Підставляючи числа в рівняння (2.104), одержуємо:

$$\lg K_p = -\frac{498400}{19.14T} + \frac{117}{19.4} = -\frac{26000}{T} + 6.12.$$

2.15 Рівновага в гетерогенних системах

Гетерогенною називається система, що складається з окремих частин, обмежених фізичними поверхнями поділу, – фаз. Гетерогенні системи можуть бути побудованими з однієї (однокомпонентні) або декількох (багатокомпонентні) речовин. Кількість компонентів визначається кількістю різних речовин, що складають систему, але у зв'язку з тим, що вони можуть реагувати між собою, необхідно враховувати кількість можливих реакцій між ними, тобто кількість компонентів K дорівнює різниці чисел різних речовин у системі і незалежних реакцій між ними. Кількість компонентів визначається кількістю різного виду молекул, необхідних і достатніх для побудови даної системи.

Загальні умови рівноваги гетерогенних систем – рівновага між усіма частинами (фазами).

Гетерогенна система зберігає будову (фази, з яких вона складається) тільки при обмеженій зміні параметрів стану: температури, тиску, концентрації компонентів.

Кількість параметрів, які можуть змінюватися довільно, не викликаючи зникнення старих і появи нових фаз, називається *числом степенів вільності* або *варіантністю системи*.

Варіантність гетерогенної системи являє собою різницю між кількістю всіх змінних параметрів і кількістю рівнянь, які зв'язують ці змінні параметри. Розрахунок варіантності ведеться за методом, розробленим Гіббсом:

1. Визначається так звана кількість незалежних компонентів. Вона дорівнює кількості i компонентів (речовин) у фазі (системі) мінус кількість хімічних рівнянь j , що зв'язують ці компоненти:

$$k = i - j. \quad (2.108)$$

При підрахунку кількості незалежних компонентів необхідно прийняти, які з речовин необхідно вважати компонентами, а які можна не брати до уваги (наприклад, через їх малу концентрацію або пасивність). Точно так само потрібно прийняти, які реакції слід враховувати. Тому величина k умовна і залежить від розв'язуваного завдання.

2. Обчислюється кількість незалежних компонентів для багатофазної системи.

Для Φ фаз, що перебувають у хімічній рівновазі, згідно з умовами термодинамічної рівноваги, для кожного компонента можна записати [7]:

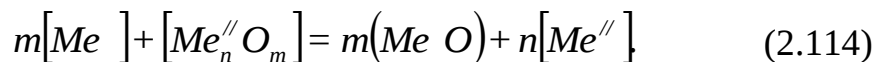
– у трифазній системі:



– у металевій фазі:



– обмінна реакція між металевою й шлаковою фазами:



Остання реакція відбувається на поверхні поділу металевої і шлакової фаз. При цьому продукти реакції переходять у металеву або шлакову фазу залежно від їхньої розчинності в цих фазах.

Запишемо вираження для визначення константи рівноваги для різних гетерогенних систем:

– для монофазної системи (2.111):

$$K_p = \frac{p_{MeO}^2}{p_{Me}^2 p_{O_2}}; \quad (2.115)$$

– для трифазної системи (2.82):

$$K_p = \frac{C_{(MeO)}^2}{C_{[Me]}^2 p_{O_2}}; \quad (2.116)$$

– для обмінної реакції між металом і шлаком:

$$K_p = \frac{C_{(Me O)}^m C_{[Me'']}^n}{C_{(Me''_n O_m)} C_{[Me]}^m}. \quad (2.117)$$

Для зручності написання звичайно знаки концентрації «С» (якщо концентрація виражена в молярних частках) у формулах для визначення K_p не ставлять, а тому вирази (2.116) і (2.117) можна записати відповідно:

$$K_p = \frac{(MeO)^2}{[Me]^2 p_{O_2}}, \quad (2.118)$$

$$K_p = \frac{(MeO)^m [Me'']^n}{(Me''_n O_m) [Me]^m}. \quad (2.119)$$

Однак якщо концентрації виражені в масових відсотках, то перед хімічним знаком речовини пишеться знак «%». Наприклад, вираз (2.118) набуває вигляду

$$K_p = \frac{(MeO)^2}{[Me]^2 p_{O_2}}. \quad (2.120)$$

Оксиди вступають у хімічні реакції тільки тоді, коли вони перебувають у вільному стані. Для зварювальних шлаків це можливо при високих температурах. Наприклад, при зварюванні сталей такими температурами можуть бути температури розплавленого шлаку ($T \geq 1500$ К). При зниженні температури оксиди утворюють хімічні комплекси ($MnO \cdot SiO_2$ – силікати, $CaO \cdot Al_2O_3$ – алюмінати, $MgO \cdot TiO_2$ – титанати), що не вступають у хімічні реакції. Для того щоб скористатися законом діючих мас, у цьому випадку вводиться поняття активності α (моль/л). Активність визначається як

$$\alpha = f \cdot C, \quad (2.121)$$

де f – коефіцієнт активності, що залежить від природи оксидів, температури та інших факторів;

C – концентрація оксидів у розчині.

З урахуванням активності оксидів постійну рівноваги для рівнянь (2.117) і (2.119) можна записати так:

$$K_p = \frac{a_{(MeO)}^m [Me'']^n}{a_{(Me_nO_m)} [Me]^m} \quad (2.122)$$

або

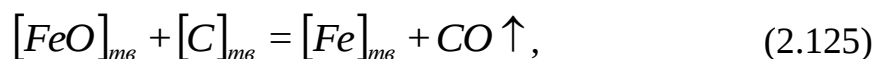
$$K_p = \frac{f_1^m (MeO)^m [Me'']^n}{f_2 (Me_n''O_m) [Me]^m}, \quad (2.123)$$

де f_1 і f_2 – коефіцієнти активності оксидів $(Me'O)$ і $(Me_n''O_m)$ відповідно.

Правило фаз Гіббса-Коновалова чітко проявляється, якщо в системі реагуючих речовин є речовини, що перебувають у твердому стані:



У цій системі $K = 1$, $\Phi = 2$, тому $C = 1$, а це значить, що $K_p = P_{CO_2}$. Аналогічно для реакції:



$$K_p = P_{CO}. \quad (2.126)$$

Для розрахунків рівноваги у зварювальних процесах слід урахувати летючість шлаків при нагріванні, яка для окремих сполук шлаків може бути значною.

Приклад 1 [7]. У рівновазі перебуває залізо в рідкому і твердому станах. Визначити варіантність системи.

Розв'язання. Співіснуючі агрегатні форми однієї тієї ж речовини становлять однокомпонентну систему, у якій кількість незалежних компонентів $k = 1$. Кількість фаз $\Phi = 2$.

Згідно із правилом фаз Гіббса (2.108), варіантність системи дорівнює:

$$c = k - \Phi + 2 = 1.$$

Отже, із двох параметрів стану – температури і тиску – тільки один може змінюватися довільно.

Приклад 2. У рівновазі перебувають рідке, тверде і газоподібне залізо. Визначити варіантність системи.

Розв'язання. У цьому випадку система також однокомпонентна, тобто $k = 1$, кількість фаз $\Phi = 3$. Отже, варіантність системи $c = 0$. Такий стан може бути при точно визначених температурі і тиску.

Приклад 3. Система складається з рідкого заліза і газової фази, що містить кисень. Кисень розчиняється в залізі. Розчинністю інших газів зневажаємо. У розплаві кисень може утворювати закис заліза у вигляді самостійної рідкої фази за реакцією $2Fe + O_2 = 2FeO$. Визначити варіантність системи у двох випадках:

- коли закис заліза не утворюється;
- коли він стійко співіснує з розплавом.

Розв'язання. Коли закис відсутній, кількість компонентів $i = 2$ (кисень і залізо). Хімічними рівняннями вони не зв'язані, отже, $j = 0$ і $k = 2$ (62). Кількість фаз $\Phi = 2$. Отже, варіантність системи:

$$c = 2 - 2 + 2 = 2.$$

Із трьох параметрів: концентрація кисню в розчині, його тиск і температура – два можуть бути змінені довільно.

Коли в системі присутня закис, то $i = 3$, $j = 1$ і $k = 3 - 1 - 2$, а $\Phi = 3$. Унаслідок варіантності системи $c = 1$, тобто із трьох змінних параметрів: тиск, температура і концентрація кисню в розчині – тільки один може змінюватися довільно. Тому при зміні, наприклад, температури буде змінюватися відповідно і концентрація кисню в розчині, і його тиск у газовій фазі.

2.16 Ступінь повноти реакції і склад рівноважної суміші

У загальному випадку система в стані хімічної рівноваги являє собою рівноважну суміш, кількісне співвідношення між речовинами, у якій визначається постійною рівноваги. Величина K_p визначає ступінь повноти або завершеності реакції. Чим більше K_p , тим більше в рівноважній суміші речовин, що стоять у правій частині рівняння реакції, і при $K_p \rightarrow \infty$ у суміші міститься тільки продукти реакції, тобто реакція повністю завершена.

Якщо відомий рівноважний склад суміші, то, маючи склад вихідної нерівноважної суміші, можна розрахувати:

- можливий ступінь перетворення тієї або іншої вихідної речовини в даній хімічній реакції;
- відношення кількості речовини, що вступила у реакцію, до тієї її кількості, яка була у вихідній суміші;
- вихід продукту реакції – максимальну кількість продукту, яку можна одержати з певної кількості вихідної суміші відомого складу за даних умов.

Склад рівноважної суміші можна визначити або за допомогою величин, що характеризують ступінь повноти реакції, або з використанням закону збереження маси елементів, відповідно до якого кількість атомів кожного елемента, що входить до складу речовин, який брав участь у реакції, не змінюється в процесі реакції. Тобто, у термодинамічних системах з постійною масою реагуючих речовин зберігається рівність чисел атомів кожного елемента у вихідній суміші й у продуктах хімічної реакції на всіх стадіях процесу.

Ступінь повноти реакції може бути виражена однією з таких характеристик: мірою реакції, ступенем перетворення, ступенем дисоціації.

Міру реакції визначають за формулою

$$\Delta\xi = \frac{\Delta n_i}{\nu_i} = \frac{n_i - N_i}{\nu_i}, \quad (2.127)$$

де n_i і N_i – число молів речовини в рівноважній і у вихідній суміші відповідно;

ν_i – стехіометричний коефіцієнт.

Звідси

$$n_i = N_i + \Delta n_i = N_i + \nu_i \Delta \xi.$$

Міра реакції пов'язана і зі значенням стехіометричного коефіцієнта в рівнянні реакції.

Ступінь перетворення являє собою частку будь-якого реагенту, що перетворюється на момент досягнення рівноваги в даних умовах. Якщо ступінь перетворення, наприклад, речовини А позначити як X_A , то можна записати

$$X_A = \frac{N_A - n_A}{N_A} = \frac{-\Delta n_A}{N_A}, \quad (2.128)$$

де Δn_A – зміна числа молей речовини А.

З відношення

$$\frac{\Delta n_A}{\nu_A} = \frac{\Delta n_B}{\nu_B} = \dots = \frac{\Delta n_i}{\nu_i} = \Delta \varepsilon = \text{const} \quad (2.129)$$

маємо

$$\Delta n_i = \Delta n_A \frac{\nu_i}{\nu_A} = \Delta n_A q_i = -X_A N_A q_i, \quad (2.130)$$

де $q_i = \frac{\nu_i}{\nu_A}$.

Ступінь дисоціації являє собою частку речовини, продисоційовану на момент досягнення рівноваги:

$$\alpha = \frac{N_A - n_A}{N_A} = \frac{-\Delta n_A}{N_A}. \quad (2.131)$$

2.17 Досягнення рівноваги у зварювальних процесах

Питання про досягнення рівноваги в зоні зварювання має принципове значення для проведення й оцінки вірогідності металургійних розрахунків. Стосовно до зварювальних систем необхідно розглядати рівновагу між металом і шлаком, у газовій фазі, а також між металом і газом.

Реакції в газовій фазі протікають при найбільш високій температурі, у зв'язку із чим швидкість протікання реакції надзвичайно висока. У газовій фазі реакції встигають дійти до кінця, і тому можна вважати, що реакції досягають рівноваги, а їх реальні показники збігаються з розрахунковими.

Реакції між металом і шлаком, між газом і металом унаслідок малого часу контакту, тобто малого часу проходження цих реакцій, звичайно не доходять до стану рівноваги. У зв'язку із цим, стосовно до рідких фаз, необхідно оцінювати відстань до стану рівноваги. Рівноважна температура, яка розрахована за залишковим складом різних речовин, виходить різною для реакцій, що протікають в однакових умовах. Це також свідчить про те, що реакції не доходять до кінця. Незважаючи на те, що розрахунки за величиною постійних рівноваги є недостатньо точними, вони все-таки дають важливий матеріал для обговорення ходу й результатів металургійних реакцій.

2.18 Принцип рухливості рівноваги

На стан хімічної рівноваги впливає концентрація реагуючих речовин, температура, а для газоподібних речовин – і тиск. При зміні одного із цих параметрів рівновага порушується і концентрація всіх реагуючих речовин змінюється до моменту встановлення нової рівноваги, але вже з іншим значенням рівноважних концентрацій. Подібний перехід реакційної системи з одного стану рівноваги до іншого називається *зсувом хімічної рівноваги*.

Якщо при зміні умов збільшується концентрація кінцевих продуктів, то говорять про зсув рівноваги вправо. Якщо ж збільшується концентрація вихідних речовин, то рівновага при зміні концентрації, температури й тиску визначається загальним положенням, яке відомо під назвою принципу Ле-Шательє, або принципу рухливості рівноваги. Згідно із цим принципом, якщо на систему, що перебуває в стані рівноваги, подіяти зовні (змінити концентрацію, температуру і тиск), то ця дія буде сприяти саме тій реакції, із двох протилежних, яка буде послабляти цю дію.

Як приклад використання розрахунків для аналізу процесу розглянемо реакцію дисоціації молекули водню:



Для характеристики реакції дисоціації дуже зручно скористатися поняттям ступеня дисоціації, що характеризується відношенням кількості молекул, що розпалися на момент досягнення рівноваги, до вихідної їхньої кількості. Позначивши ступінь дисоціації через α , загальний тиск через p , а кількість молекул в умовному об'ємі через n , одержимо:

– кількість часток атомарного водню:

$$n_H = 2 \alpha n;$$

– кількість молекул, що залишилися в об'ємі після дисоціації:

$$n_{H_2} = n - n_H = n - \alpha n = n(1 - \alpha);$$

– загальна кількість часток у них суміші:

$$n_{\Sigma} = n_{H_2} + n_H = n(1-\alpha) + 2\alpha n = n(1+\alpha);$$

– парціальний тиск атомарного водню:

$$p_H = \frac{n_H}{n_{\Sigma}} p = \frac{2\alpha}{1+\alpha} p;$$

– парціальний тиск молекулярного водню:

$$p_{H_2} = \frac{n_{H_2}}{n_{\Sigma}} p = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} p.$$

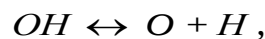
Визначимо постійну рівноваги реакції дисоціації:

$$K_p = \frac{p_H^2}{p_{H_2}} = \frac{4\alpha^2(1+\alpha)p^2}{(1+\alpha)^2(1-\alpha)p} = \frac{4\alpha^2}{1-\alpha^2} p.$$

Із цього рівняння визначимо величину ступеня дисоціації двохатомних газів при рівноважному процесі:

$$\alpha = \sqrt{\frac{K_p}{4p + K_p}}.$$

А якщо тип реакції



то ступінь дисоціації визначиться з виразу

$$\alpha = \sqrt{\frac{K_p}{p + K_p}}.$$

Згідно з ізотермою реакції Вант-Гоффа, K_p залежить від температури і тиску, а це значить, що рівновага рухома.

Розрахунки, виконані В. І. Дятловим, визначають залежність ступеня дисоціації і парціальних тисків молекулярного і атомарного водню від температури (рис. 2.15).

Як бачимо з рисунка 2.15, при температурі зварювальної дуги, характерної для зварювання сталей (5 000...6 000 K), водень перебуває повністю в атомарному стані.

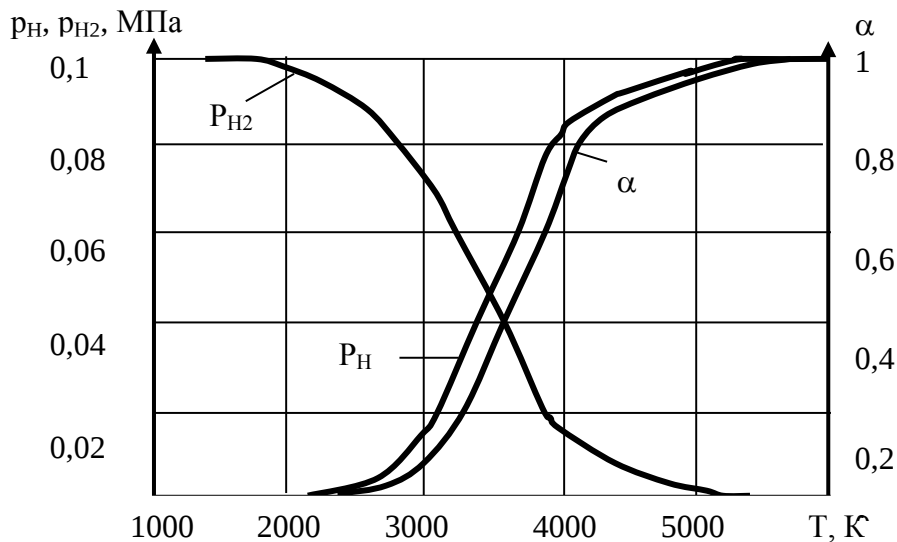


Рисунок 2.15 – Залежність ступеня дисоціації α і парціальних тисків молекулярного й атомарного водню від температури дисоціації

Подібно водню, у зварювальній дузі дисоціюють і інші гази: азот, кисень, вуглекислий газ, пари води (рис. 2.16).

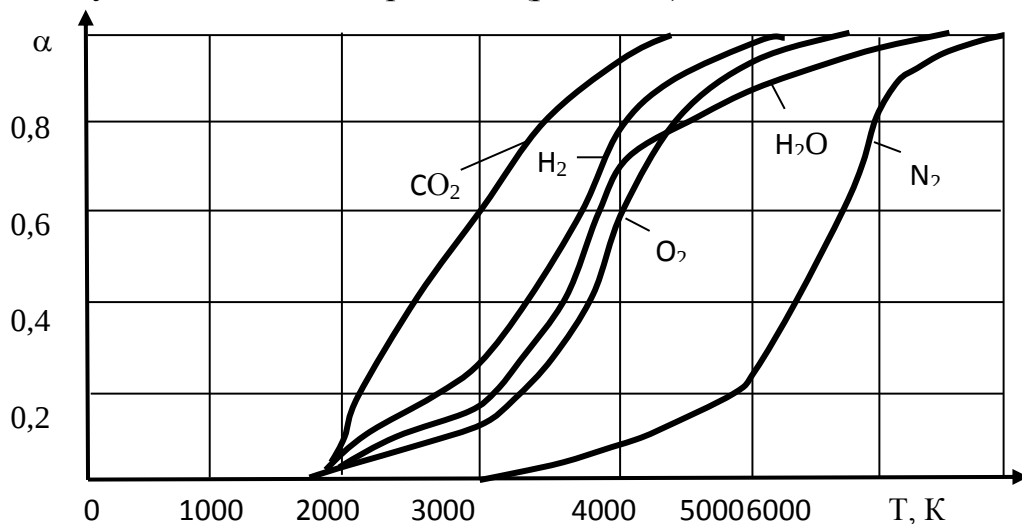


Рисунок 2.16 – Залежність ступеня дисоціації CO_2 , H_2 , O_2 , H_2O -пара та N_2 від температури дисоціації

При $p = \text{const}$ рівновага оборотних реакцій визначається з виразів (2.118) і (2.119); якщо p при постійній температурі росте, то α зменшується, тобто рівновага зміщується у бік меншої кількості газових молекул.

У зв'язку з високою активністю атомарних газів при температурах зварювальної дуги підсилюється їхня взаємодія з розплавленим металом. Для попередження цієї взаємодії виконують захист зони дії зварювальної дуги захисними газами, флюсами, електродними покриттями.

3 ТЕПЛОВІ ПРОЦЕСИ ПРИ ЗВАРЮВАННІ

3.1 Завдання розрахунків теплових процесів при зварюванні

При зварюванні у зв'язку із використанням джерела тепла високої температури відбувається розплавлення кромки виробу, що зварюється, після чого розплавлений об'єм металу кристалізується і утворює зварний шов. Однак тепло джерела нагрівання йде не тільки на утворення зварного шва, але, унаслідок теплопровідності, воно поширюється на ділянку основного металу, розташованого поруч зі швом, який ми будемо називати зоною термічного впливу.

Цей тепловий вплив джерела нагрівання викликає в зоні термічного впливу структурні перетворення, а також об'ємні зміни, що ведуть до утворення теплових деформацій, залишкових напружень і до появи холодних тріщин.

Вивчення теплових процесів надає змоги:

- передбачити результати процесу поширення тепла в зоні термічного впливу і регулювати ці процеси в навколошовній зоні;
- здійснити розрахунок параметрів зварного шва (зони проплавлення) за відомим режимом зварювання або, навпаки, вирішувати зворотне завдання, тобто розраховувати режим зварювання за заданими параметрами зварного шва;
- виконати розрахунок процесів плавлення електродного металу.

На характер процесів, що протікають у зоні термічного впливу, діють такі основні фактори:

- тепловий вплив джерела тепла;
- теплофізичні властивості металу і зони теплопровідності;
- геометрична форма і розміри виробу;
- тепловіддача в навколишнє середовище.

3.2 Теплопровідність металу

3.2.1 Температурне поле

Розподіл температури в металі, що зварюється, є нерівномірним. Тобто після припинення зварювання із часом температура зони термічного впливу вирівнюється, і більш нагріті її частини віддають своє тепло менш нагрітим унаслідок теплопровідності.

Вирівнювання температури відбувається за рахунок теплопровідності матеріалів, що зварюються. У металі це єдиний механізм поширення тепла.

Сукупність температур у просторі називається температурним полем. Якщо мова йде про обмежене тіло, то під температурним полем слід розуміти розподіл температур у поточний момент часу в даному тілі.

Температурне поле описують рівняннями, віднесеними до певної системи просторових координат (частіше прямокутних):

$$T = f(X, Y, Z). \quad (3.1)$$

У цьому рівнянні температура виражена як функція координат точки.

Оскільки в нерівномірно нагрітому тілі температурне поле постійно змінюється в часі, то процеси поширення тепла слід характеризувати сукупністю миттєвих температур протягом певного проміжку часу, тобто процес поширення тепла повинен бути описаний рівнянням такого виду

$$T = f(X, Y, Z, t). \quad (3.2)$$

Температурне поле характеризується ізотермічними поверхнями. Ізотермічна поверхня являє собою геометричне місце точок, що мають однакову температуру.

Ізотермічні поверхні перетинатися не можуть, тому що в точках їх перетинання мали б місце різні температури, що фізично неможливо.

При перетинанні ізотермічної поверхні площиною одержимо ізотермічні криві (рис. 3.1).

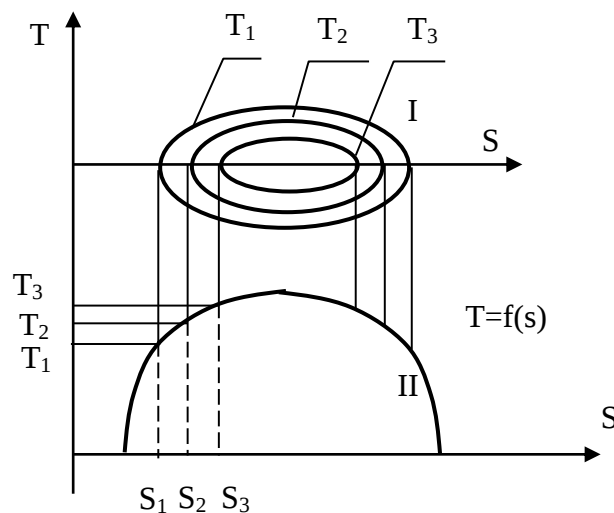


Рисунок 3.1 – Ізотермічні криві і та розподіл температури у температурнім полі II

Щільність розташування цих кривих характеризує нерівномірність розподілу температури:

$$\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{T_1 - T_2}{\Delta S} = \frac{dT}{dS} = \text{grad}_S T, \quad (3.3)$$

де S – заданий напрямок у температурнім полі.

Гradient температур характеризує нерівномірність розподілу температури в заданому напрямку. Gradient за дотичною дорівнює нулю, gradient за нормаллю максимальний, gradient проміжний дорівнює

$$\text{grad}_s T = \text{grad}_n T \cos \alpha, \quad (3.4)$$

де α – кут між нормаллю і напрямком S.

Оскільки $\text{grad}_n T = dT/dn$, то

$$\frac{dT}{dS} = \frac{dT}{dn} \cos \alpha, \quad (3.5)$$

де n – нормаль до теплопровідної поверхні.

3.2.2 Закон теплопровідності Фур'є

У твердих тілах теплота передається методом теплопровідності.

При теплопередачі кількість переданої теплоти пропорційна $\text{grad}_n T$, площі теплопередачі і часу теплопередачі:

$$dQ = -\lambda \frac{dT}{dn} dF dt, \quad (3.6)$$

де dF – елементарна площа теплопередачі;

dt – час теплопередачі;

λ – теплопровідність матеріалу.

Знак «-» означає, що теплота передається у бік зниження температури.

Позначимо:

$$\frac{dQ}{dt} = \Phi \text{ – тепловий потік;}$$

$$\frac{dQ}{dF dt} = q \text{ – питомий тепловий потік.}$$

Враховуючи це, питомий тепловий потік

$$q = -\lambda \frac{dT}{dn}. \quad (3.7)$$

Рівняння (3.7) називається рівнянням теплопровідності Фур'є, сенс якого полягає в тому, що питомий тепловий потік пропорційний gradientу температур.

Коефіцієнт теплопровідності характеризує здатність речовин передавати теплоту.

Коефіцієнт теплопровідності – питомий тепловий потік при $\text{grad}_n T = 1$. Теплопровідність залежить від природи речовини і від температури.

3.2.3 Теплофізичні властивості металу

1. Тепломісткість – це кількість тепла, яке вводиться в тіло при нагріванні його до певної температури і віднесене до одиниці маси,

$$[S] = \frac{\text{Дж}}{\text{г}}.$$

У технічних розрахунках тепломісткість розраховують у межах температур ($T = 273\text{--}1873\text{ K}$) за шкалою абсолютних температур.

Наприклад, для низьковуглецевої сталі при нагріванні від 273 до 1873 K тепломісткість зростає на $1460 \frac{\text{Дж}}{\text{г}}$:

У критичних, відповідних до алотропічних перетворень заліза, точках і при температурі плавлення, тепломісткість змінюється стрибкоподібно, оскільки ці процеси супроводжуються тепловими явищами.

2. Теплоємність – властивість матеріалу поглинати теплоту при нагріванні.

За одиницю теплоємності приймають кількість теплоти, необхідну для нагрівання на 1 K (1 °C) одиниці маси речовини (масова теплоємність c , Дж/(г·K) або одиниці його об'єму (об'ємна теплоємність c_v , Дж/(см³·K)). Розрізняють дійсну (тобто при даній температурі) і середню (у заданому інтервалі температур) теплоємності.

Дійсна масова теплоємність являє собою похідну збільшення ентальпії за температурою:

$$c = \frac{d(\Delta H)}{dT}. \quad (3.8)$$

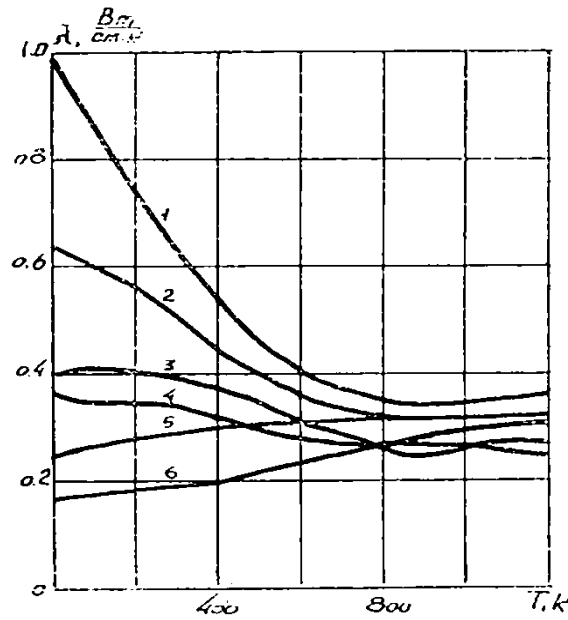
У критичних точках поняття дійсної теплоємності втрачає сенс.

В інженерних розрахунках зазвичай користуються значеннями теплофізичних властивостей, усередненими в характерних температурних інтервалах.

3. Теплопровідність – здатність матеріалів проводити теплоту. Характеризується коефіцієнтом теплопровідності, який чисельно виражає кількість теплоти, що протікає через одиницю ізотермічної поверхні за одиницю часу при одиничному градієнті температури, $[\lambda] = \frac{\text{Вт}}{\text{см} \cdot \text{K}}$.

Величина λ залежить від хімічного складу металу, його структури і температури.

При нормальній температурі коефіцієнти теплопровідності різняться, але через підвищення температури ця відмінність нівелюється, і при температурах понад 1873 К коефіцієнти теплопровідності стають приблизно однаковими (рис. 3.2) [9].



- 1 – електrolітичне залізо; 2 – низьковуглецева сталь з 0,1 % C;
 3 – вуглецева сталь з 0,45 % C, 0,08 % Si, 0,07 % Mn;
 4 – низьколегована сталь з 0,10 % C, 0,02 % Si, 0,4 % Mn, 4,98 % Cr;
 5 – сталь з 1,52 % C, 0,38 % Si, 0,38 % Mn, 13,1 % Cr;
 6 – хромонікелева сталь (коррозійно-стійка) типу 18-8

Рисунок 3.2 – Теплопровідність λ різних марок сталі залежно від температури

5. Коефіцієнт температуропровідності, $[a] = \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$:

$$a = \frac{\lambda}{c\gamma} \quad (3.9)$$

Коефіцієнт температуропровідності характеризує швидкість вирівнювання температури в нерівномірно нагрітому тілі.

3.2.4 Конвективний і променистий теплообмін

При омиванні нагрітого тіла рідиною або газом контактуючі шари нагріваються, густина їх зменшується. Ці шари витісняються більш щільними холодними шарами. Такий теплообмін називається конвективним. Інтенсивність теплопередачі залежить від властивостей охолоджуючого середовища й інтенсивності його переміщення. Якщо середовище змушувати переміщуватися швидше, то нагріте тіло буде більше віддавати теплоти за одиницю часу. У цілому вважають, що питомий тепловий потік q_k , що віддається, пропорційний різниці температур нагрітого тіла і навколишнього середовища:

$$q_k = \alpha_k (T - T_0), \quad (3.10)$$

де α_k – коефіцієнт конвективної тепловіддачі;

T – температура поверхні нагрітого тіла, К;

T_0 – температура рідини або газу, К.

Величина α_k залежить від форми і розмірів поверхні тіла, що віддає тепло, від фізичних властивостей поверхні, тобто від якості його обробки, від властивостей навколишнього середовища, від різниці температур. Залежність коефіцієнта конвективної тепловіддачі від зазначених параметрів виражають емпіричними формулами або графіками.

Коефіцієнт конвективної тепловіддачі α_k залежить від природи речовини і умов, за яких відбувається теплообмін. з підвищенням температури α_k збільшується.

Нагріті тіла випромінюють електромагнітні хвилі, які, проходячи через непрозору речовину, поглинаються нею у вигляді теплової енергії. Згідно із законом Стефана-Больцмана питомий тепловий потік з нагрітих тіл пропорційний різниці температур у 4-му ступені:

$$q_{np} = \frac{T^4 - T_0^4}{100} C, \quad (3.11)$$

де C – коефіцієнт чорноти,

$$C = \varepsilon C_0, \quad (3.12)$$

де C_0 – коефіцієнт чорноти для абсолютно чорного тіла;

ε – ступінь чорноти, який змінюється в межах від нуля до одиниці.

Для абсолютно чорного тіла $\varepsilon = 1$.

Для спрощення розрахунків можна вважати, що

$$q_{np} = \alpha_{np} (T - T_0), \quad (3.13)$$

де α_{np} – коефіцієнт променистого теплообміну.

Конвективний і променистий теплообміни відбуваються одночасно. При високих температурах переважає променистий, а при низьких температурах – конвективний теплообмін.

$$q_n = q_k + q_{np} = \alpha_k (T - T_0) + \alpha_{np} (T - T_0) = \alpha_n (T - T_0), \quad (3.14)$$

де α_n – коефіцієнт повної поверхневої тепловіддачі.

3.3 Загальне диференціальне рівняння теплопровідності

Виділимо умовно в просторі нескінченно малу ділянку тіла розмірами dX , dY , dZ . Теплота передається в ньому методом теплопровідності від більш нагрітої грані до менш нагрітої (рис. 3.3). Наприклад, у напрямку X – від грані I до грані II.

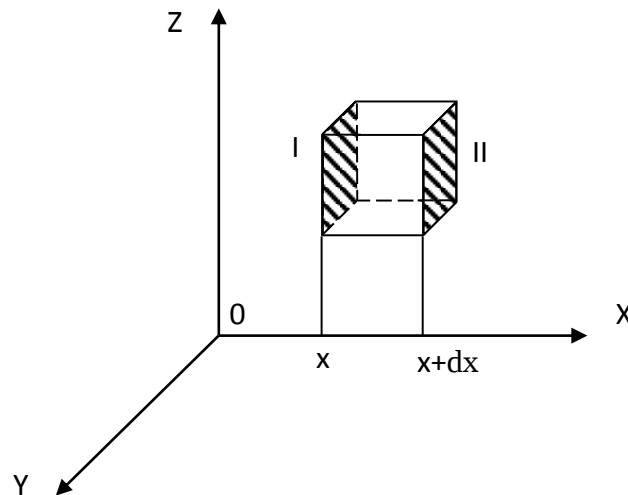


Рисунок 3.3 – Розподіл теплоти

Питомий тепловий потік у напрямку осі X становить:

$$q_x - q_{x+dx} = dq_x. \quad (3.15)$$

Згідно із законом теплопровідності загальна кількість теплоти, що передається в напрямку X через площу розміром dy , dz за час dt , становить:

$$dQ_x = dq_x dy dz dt = \frac{dq_x}{dx} dx dy dz dt. \quad (3.16)$$

Аналогічно в інших напрямках:

$$dQ_y = \frac{dq_y}{dy} \cdot dx dy dz dt, \quad (3.17)$$

$$dQ_z = \frac{dq_z}{dz} \cdot dx dy dz dt. \quad (3.18)$$

Сумарна кількість теплоти, переданої у всіх напрямках:

$$dQ = dQ_x + dQ_y + dQ_z = \left(\frac{dq_x}{dx} + \frac{dq_y}{dy} + \frac{dq_z}{dz} \right) dx dy dz dt. \quad (3.19)$$

Згідно із законом теплопровідності Фур'є:

$$\begin{aligned} dq_x &= -\lambda_x \frac{dT}{dx}; \\ dq_y &= -\lambda_y \frac{dT}{dy}; \\ dq_z &= -\lambda_z \frac{dT}{dz}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Підставимо вираз (3.20) у формулу (3.19):

$$dQ = \left(\frac{d}{dx} \left(-\lambda_x \frac{dT}{dx} \right) + \frac{d}{dy} \left(-\lambda_y \frac{dT}{dy} \right) + \frac{d}{dz} \left(-\lambda_z \frac{dT}{dz} \right) \right) dx dy dz dt \quad (3.21)$$

або

$$dQ = \left(-\lambda_x \frac{d^2 T}{dx^2} - \lambda_y \frac{d^2 T}{dy^2} - \lambda_z \frac{d^2 T}{dz^2} \right) dx dy dz dt. \quad (3.22)$$

Кількість теплоти, що накопичилася в об'ємі dV , можна подати, як

$$Q = cm\Delta T$$

або

$$dQ = c \gamma dx dy dz \frac{dT}{dt} dt. \quad (3.23)$$

Порівнюючи вирази (3.23) і (3.22), одержимо:

$$c\gamma dx dy dz \frac{dT}{dt} dt = -\lambda \left(\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{d^2 T}{dy^2} + \frac{d^2 T}{dz^2} \right) dx dy dz dt, \quad (3.24)$$

де $\left(\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{d^2 T}{dy^2} + \frac{d^2 T}{dz^2} \right)$ – оператор Лапласа $\nabla^2 T$ (∇ – набла).

$$\frac{dT}{dt} = -a \nabla^2 T, \quad (3.25)$$

$$\text{де } a = \frac{\lambda}{c\gamma}$$

Рівняння (3.25) має назву загального диференціального рівняння теплопровідності (ЗДРТ).

Фізичний зміст ЗДРТ – це швидкість зміни температури в будь-якій точці залежно від нерівномірності її розподілу на краях цієї точки.

Це рівняння характерне для нагрівання нескінченних тіл, тобто таких, межі яких не впливають на тепловіддачу.

Якщо в одному з напрямків температура постійна, наприклад $T_z = \text{const}$, то $\frac{dT}{dz} = 0$ та $\frac{d^2 T}{dz^2} = 0$, тоді для плоских тіл ЗДРТ набуває виду

$$\frac{dT}{dt} = -a \left(\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{d^2 T}{dy^2} \right). \quad (3.26)$$

Для стрижнів: $T_y = \text{const}$ і $T_z = \text{const}$;

$$\frac{dT}{dy} = 0; \quad \frac{d^2 T}{dy^2} = 0; \quad \frac{dT}{dz} = 0; \quad \frac{d^2 T}{dz^2} = 0.$$

У зв'язку з цим

$$\frac{dT}{dt} = -a \frac{d^2 T}{dx^2}. \quad (3.27)$$

Розв'язання ЗДРТ дозволяє обчислити температуру в будь-якій точці і в будь-який момент часу. Для розв'язку ЗДРТ необхідні початкові і граничні умови, що визначають нагрівання металоконструкції при зварюванні.

3.3.1 Початкові умови

Початкові умови – це розподіл температури в тілі до початку дії джерела тепла при $t = 0$, $T = T_0$. Розподіл температури в тілі описується математичною залежністю.

Для спрощення розрахунків приймають, що до початку дії джерела тепла температура розподілена рівномірно. Вона може дорівнювати 273 К. Початкову температуру приймають за початок відліку. До неї як би прилаштовується наступний процес поширення тепла.

3.3.2 Граничні умови першого та другого роду

Умови першого роду полягають у тому, що по всій межі тіла температура постійна. Це можливо при інтенсивному тепловідводі від межі тіла, наприклад при охолодженні водою елементів, що зварюються. З охолодженням зварюються аустенітні кислотостійкі сталі, сталь Гатфільда, яка застосовується в умовах роботи при абразивному зношуванні. Для моделювання умов першого роду візьмемо тіло із джерелом нагрівання в точці O в умовному тілі, розташованому в точці O_1 , розміщується таке ж джерело нагрівання, але із протилежним напрямком тепловіддачі – стік теплоти. Для визначення дійсної температури на границі необхідно скласти дії цих джерел. Для наявності ізотермічної межі необхідний стік теплоти (рис. 3.4).

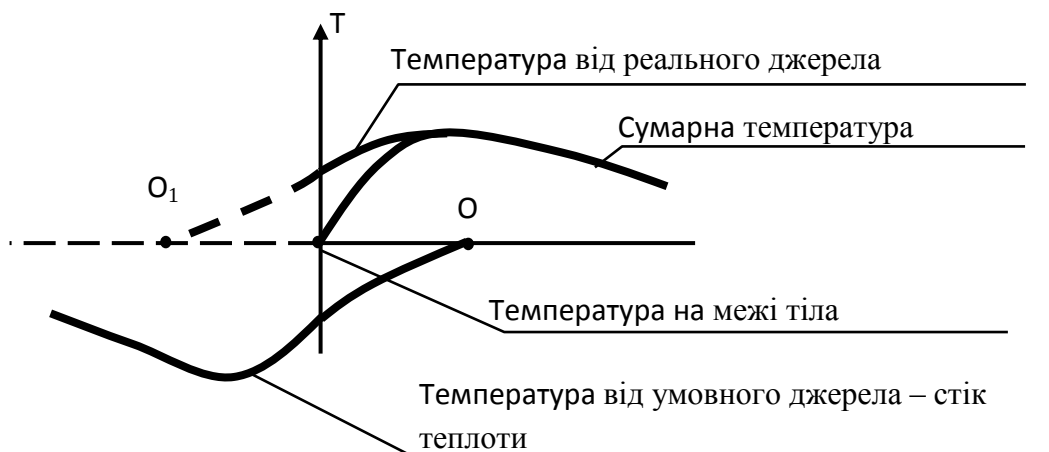


Рисунок 3.4 – Модель ізотермічної межі

Ізотермічні умови дотримуються тоді, коли відношення $\alpha/\lambda \rightarrow \infty$. Це значить, що дуже велика тепловіддача на поверхні тіла і мала теплопровідність.

Умови другого роду – це адіабатична межа. Під адіабатичною межею розуміють нетеплопровідну межу. Це можливо, коли усередині тіл проявляються більші теплові потоки, а на межі – знехтувано малі.

Моделювати цю межу можна так: якщо межа нетеплопровідна, то на ній температура у два рази вище, чим на теплопровідній межі (рис. 3.5). Адіабатичні умови: $\alpha/\lambda \rightarrow 0$; $q_s^n = 0$ (q_s^n – питомий тепловий потік з поверхні тіла). Адіабатичною може вважатися поверхня тіла, що контактує з повітрям при короткочасному нагріванні.

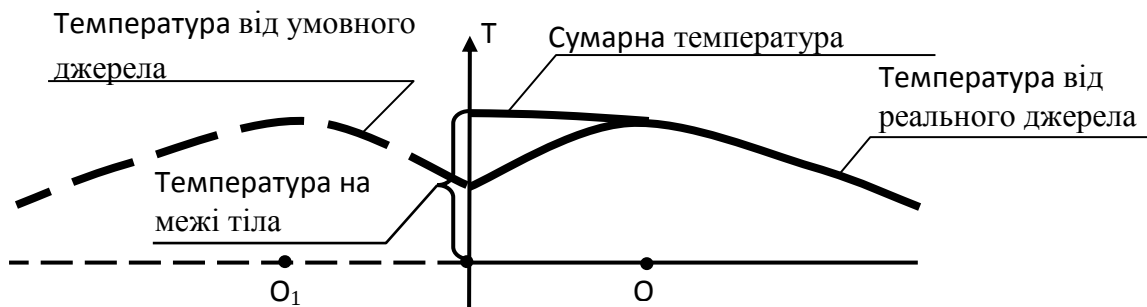


Рисунок 3.5 – Модель адіабатичної межі

3.3.3 Методи розв'язання загального диференціального рівняння теплопровідності

Маючи диференціальне рівняння теплопровідності і задаючись граничними умовами, вирішують завдання розподілу температури в теплопровідному тілі. Для розв'язання завдань застосовують чисельний і аналітичний методи. При розрахунках за чисельним методом диференціальне рівняння теплопровідності замінюється відповідним рівнянням у кінцевих різницях.

Таке рівняння надає змоги розраховувати процеси поширення тепла крок за кроком, виходячи з початкового розподілу температури. Розрахунки можна вести тільки для даних умов завдання при певних чисельних значеннях усіх постійних параметрів.

Увесь тепловий процес поділяється на етапи, і розрахунки проводяться для кожного етапу окремо. Цей метод відрізняється громіздкістю, не дає загального розв'язання завдання й застосовується тоді, коли одержання аналітичного розв'язання через складність умов завдання стає трудомістким або взагалі недоступним.

Аналітичні методи полягають у знаходженні алгебраїчного рівняння процесу, що задовольняє диференціальному рівнянню теплопровідності й граничним умовам.

Аналітичні методи придатні тільки для процесів, описуваних лінійними диференціальними рівняннями при лінійних граничних умовах, тобто для тих випадків, коли коефіцієнти a , c , λ можна вважати незалежними від температури.

На сучасному етапі розв'язання загального диференціального рівняння теплопровідності з достатньою точністю виконується на ПЕОМ.

3.3.4 Метод джерел

Метод джерел, запропонований М. М. Рикалінім, найбільш задовільно описує процеси нагрівання і охолодження металу при зварюванні, пов'язані з місцевим виділенням тепла.

Використання методу можливо в найбільш простій формі, якщо область поширення тепла необмежена, а джерело зосереджене в досить малому об'ємі.

У всіх випадках розв'язання пов'язане з необмежено великим теплом і являє собою приватні випадки загального диференціального рівняння теплопровідності з урахуванням граничних умов (у якості граничної умови ми приймаємо, що тіло не обмінюється теплом з навколишнім середовищем).

Метод джерел передбачає наявність 3 видів джерел: миттєвого зосередженого точкового, миттєвого зосередженого лінійного і миттєвого зосередженого плоского.

Миттєве зосереджене точкове джерело нагрівання. Припустимо, що ми маємо необмежено велике тіло: $a = \text{const}$; $c\gamma = \text{const}$; $\lambda = \text{const}$; початкова температура тіла дорівнює 273 К. У місці знаходження джерела $T_n = \infty$. У цьому необмежено великому тілі в початковий момент часу ($t = 0$) у нескінченно малому елементарному об'ємі dx, dy, dz зосереджена певна кількість тепла Q (Дж). Цю теплоту джерело виділяє миттєво і одноразово. Сполучимо початок прямолінійної системи координат з нашим елементарним об'ємом (рис. 3.6).

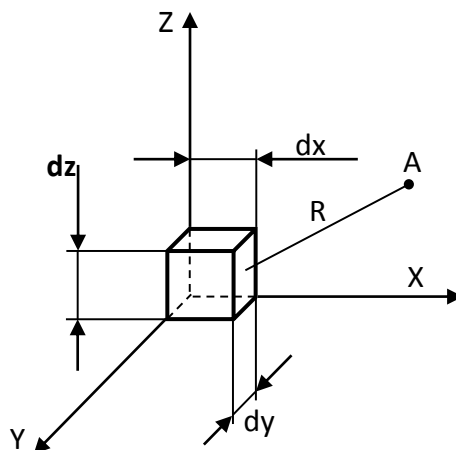


Рисунок 3.6 – Схема миттєвого зосередженого точкового джерела нагрівання

З урахуванням описаних початкових і граничних умов вирішується загальне диференціальне рівняння теплопровідності. Розв'язання при цьому виходить у такому вигляді:

$$T_{(R,t)} = \frac{Q}{c\gamma(4\pi at)^{3/2}} e^{\left(-\frac{R^2}{4at}\right)} + T_0, \quad (3.28)$$

де $R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$ – відстань від джерела до заданої точки тіла;
 t – час, через який ми визначаємо температуру в заданій точці тіла.

Тепло поширюється симетрично відносно початку координат, тобто температура в будь-якій точці тіла визначиться радіус-вектором R і величиною t . Ізотермічні поверхні являють собою сфери з постійним радіусом і центром у точковому джерелі.

Миттєве зосереджене лінійне джерело. Таке джерело можна подати як тіло з нескінченно малими розмірами у двох напрямках і кінцевим розміром в одному напрямку (рис. 3.7). Лінійне джерело можна подати у вигляді точкових джерел, вибудованих у ряд. Нехай у лінійному джерелі перебуває Q джоулевої теплоти. Тоді кількість теплоти в одиниці довжини становить

$$Q_1 = \frac{Q}{l}.$$

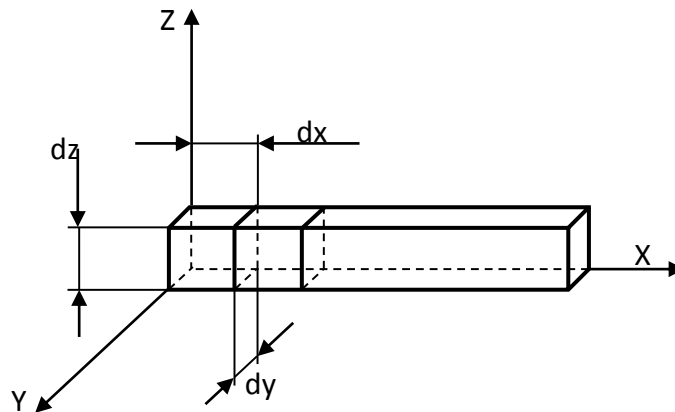


Рисунок 3.7 – Схема миттєвого зосередженого лінійного джерела теплоти

Початкові і граничні умови:

1. У всьому тілі, що нагрівається, $T = 273 \text{ K}$, у джерелі $T_{\text{дж}} = \infty$.
2. Межі тіла не впливають на теплопередачу.

При таких початкових і граничних умовах розв'язок ЗДРТ має вигляд

$$T_{(r,t)} = \frac{Q_1}{c\gamma 4at} e^{\left(-\frac{r^2}{4at}\right)} + T_0, \quad (3.29)$$

де $r^2 = y^2 + z^2$.

Ізотермічними поверхнями температурного поля від дії миттєвого зосередженого лінійного джерела теплоти є коаксіальні циліндри з віссю X , що збігається з розташуванням джерела теплоти з різними радіусами.

Миттєве зосереджене плоске джерело теплоти. У необмежено великому теплопровідящому тілі, що має початкову температуру $T_0 = 273 \text{ K}$, виділимо нескінченно тонкий плоский шар товщиною dz , розташований у площині XOY (рис. 3.8) з кінцевими розмірами в напрямку $OX - b$ та $OY - l$.

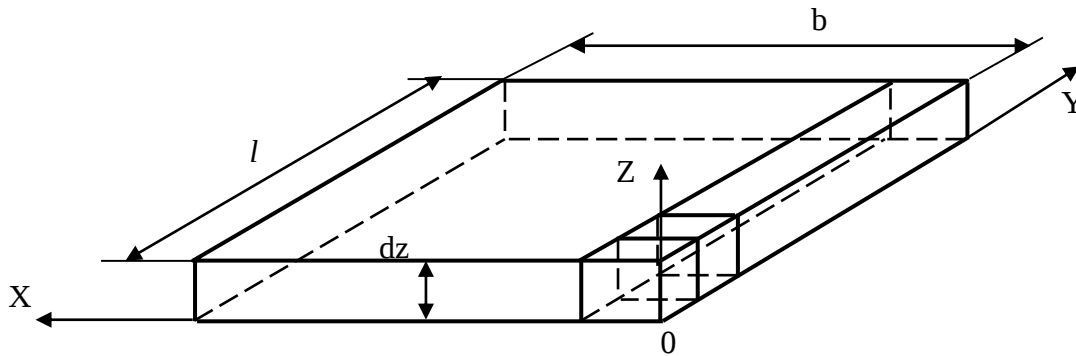


Рисунок 3.8 – Схема миттєвого зосередженого плоского джерела теплоти

Миттєве зосереджене плоске джерело теплоти можна представити як таке, що складається з миттєвих лінійних і точкових джерел, розташованих в одній площині.

З урахуванням початкових і граничних умов при $T_0 = 273 \text{ K}$ (межа не впливає на теплопередачу) розв'язання загального диференціального рівняння теплопровідності приймає вигляд

$$T_{(z,t)} = \frac{Q_2}{c\gamma(4\pi at)^{1/2}} e^{\left(-\frac{z^2}{4at}\right)} + T_0, \quad (3.30)$$

де $Q_2 = \frac{Q}{S}$ – кількість теплоти, що втримується в будь-якому нескінченно малому точковому миттєвому зосередженому джерелі теплоти, що входить до складу миттєвого зосередженого плоского джерела теплоти.

Ізотермічні поверхні являють собою площини паралельні площині джерела тепла та вилучені на різну відстань від джерела теплоти за віссю OZ .

3.4 Види тіл, які використовуються при розрахунках теплових процесів

Усі вироби, що зварюються, розрізняють за формою і розмірам. Тому при однаковому тепловому впливі температурні поля будуть різними. Щоб спростити завдання, необхідно всю різноманітність виробів, що зварюються, розділити на групи. Розрахункові формули виведені для 6 видів тіл, і реальні вироби прирівнюються до будь-якого із них.

3.4.1 Нескінченне тіло

Це тіло, що має настільки великі розміри у всіх просторових напрямках, що його краї не впливають на теплопередачу. Початок координат розташовується усередині тіла. Задана точка А (рис. 3.9) перебуває від початку координат на відстані R , яка дорівнює $R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$

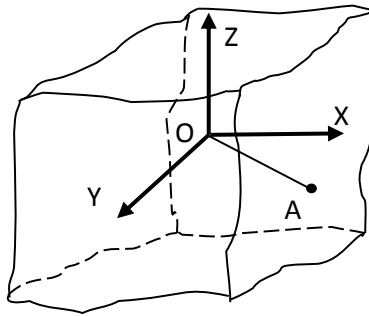


Рисунок 3.9 – Схема нескінченного тіла

3.4.2 Напівнескінченне тіло

Це тіло з нескінченно великими розмірами у усіх трьох просторових напрямках, однак має одну з поверхонь фіксованою, наприклад площина XOY (рис. 3.10)

Цій схемі відповідає будь-яке масивне тіло, на одній з поверхонь якого діє джерело нагрівання. У тілі потік тепла – просторовий. Якщо джерело тепла є точковим, то температурне поле на площині має форму кола. Наявність границь не виявляє ніякого впливу на процес поширення тепла. Помилка зневаги обмеженістю розмірів тіла тим менше, чим більші розміри тіла, чим коротше розрахункова тривалість процесу поширення тепла, чим ближче до джерела зона розрахункових температур та чим нижче коефіцієнт температуропровідності металу.

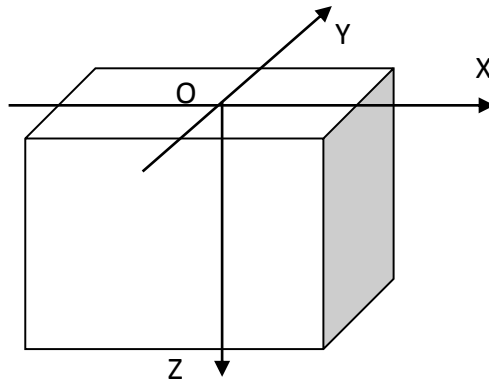


Рисунок 3.10 – Схема напівнескінченного тіла

3.4.3 Плоский шар

Це тіло з нескінченно великими розмірами в двох просторових напрямках – OX і OY і обмеженому розмірі δ у третьому напрямку (рис. 3.11). Схему плоского шару можна подати як лист, товщина якого не настільки велика, щоб тіло можна було вважати напівнескінченим, і не настільки мала, щоб температуру вважати розподіленою рівномірно за товщиною.

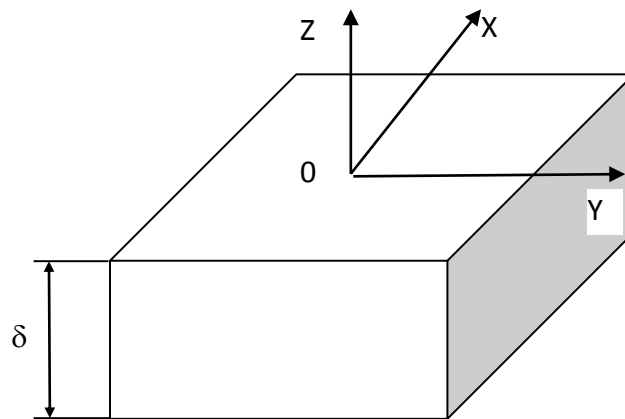


Рисунок 3.11 – Схема плоского шару

3.4.4 Нескінченна пластина

Це тіло у вигляді плоского шару малої товщини δ з необмеженими розмірами в напрямку осей X та Y (рис. 3.12). Температура передбачається повністю вирівняною за товщиною пластини.

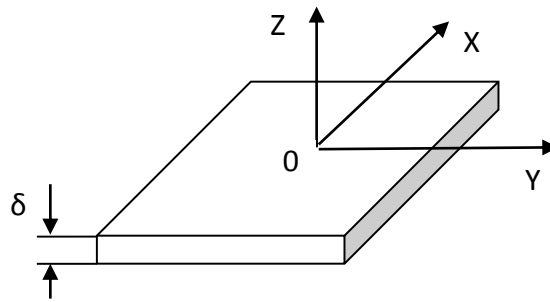


Рисунок 3.12 – Схема нескінченної пластини

3.4.5 Нескінченний стрижень

Це тіло необмеженої довжини і з нескінченно малими розмірами в інших двох напрямках, наприклад у напрямку OY і OZ (рис. 3.13). Температура розподілена рівномірно тільки в межах будь-якого поперечного перерізу стрижня. Тепловий потік в стрижні лінійний і розповсюджується в напрямку осі X . Прикладом такого тіла є арматурний стрижень, на торцевій поверхні якого діє джерело тепла.

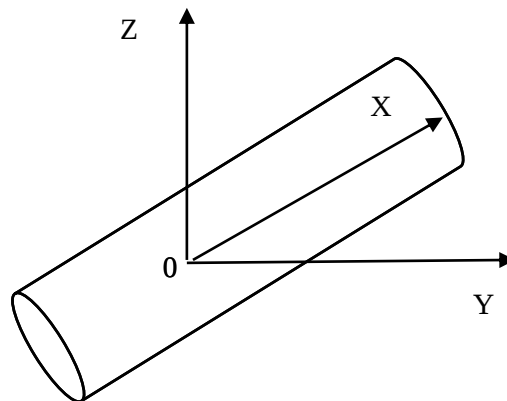


Рисунок 3.13 – Схема нескінченного стрижня

3.4.6 Напівнескінченний стрижень

Якщо один з торців нескінченного стрижня зафіксувати, то такий стрижень стає напівнескінченним (рис. 3.14).

Прикладом таких тіл є арматурні стрижні, застосовувані при контактному зварюванні у стик. При цьому максимальна температура спостерігається на торці стрижнів і убыває з віддаленням від торця.

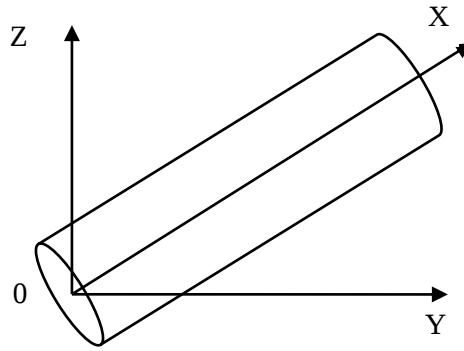


Рисунок 3.14 – Схема напівнескінченного стрижня

3.5 Розрахункові схеми зварювальних процесів

При зварюванні можливі різні комбінації тіл, що зварюються, і застосовуваних джерел нагрівання. Для того щоб здійснити розрахунок теплового процесу, ми повинні:

- 1) уявити, що виріб зварюється у вигляді одного з 6 розглянутих тіл;
- 2) віднести наше джерело до одного із ідеальних джерел (точкове, лінійне або плоске миттєве зосереджене).

Для полегшення розрахунків складаються розрахункові схеми (табл. 3.1).

Таблиця 3.1 – Розрахункові схеми процесів зварювання

Дія дуги	Процес	Форма виробу	Схема джерела і тіла, що нагрівається
1	2	3	4
Тривала – дуга переміщується по виробу рівномірно й прямолінійно	Наплавлення валика на поверхню	Масивне тіло	Точкове рухоме джерело на поверхні напівнескінченного тіла
	Наплавлення валика на поверхню	Товстий лист	Точкове рухоме джерело на поверхні плоского шару
	Зварювання стикових швів за один прохід	Тонкий лист	Лінійне джерело в пластині з тепловіддачею в навколишнє середовище
Короткочасна – дуга практично не рухома	Заварювання невеликих поверхневих дефектів	Масивне тіло	Точкове миттєве джерело на поверхні напівнескінченного тіла

Продовження таблиці 3.1

1	2	3	4
		Товстий лист	Точкове миттєве джерело на поверхні плоского шару
	Прихватка стиків	Тонкі листи	Лінійне миттєве джерело в пластині з тепловіддачею
	Прихватка стиків	Тонкі стрижні	Плоске миттєве джерело з тепловіддачею
Короткочасна – дуга нерухома	Зварювання електрозаклепками	Листи не набагато відрізняються один від одного за товщиною	Точкове миттєве джерело в плоскому шарі
		Листи відрізняються значною мірою за товщиною	Точкове миттєве джерело в напівнескінченному тілі

3.5.1 Адіабатична межа

Адіабатичною називається межа, що не пропускає тепло. Нехай такою границею є площина XOY напівнескінченного тіла (рис. 3.15).

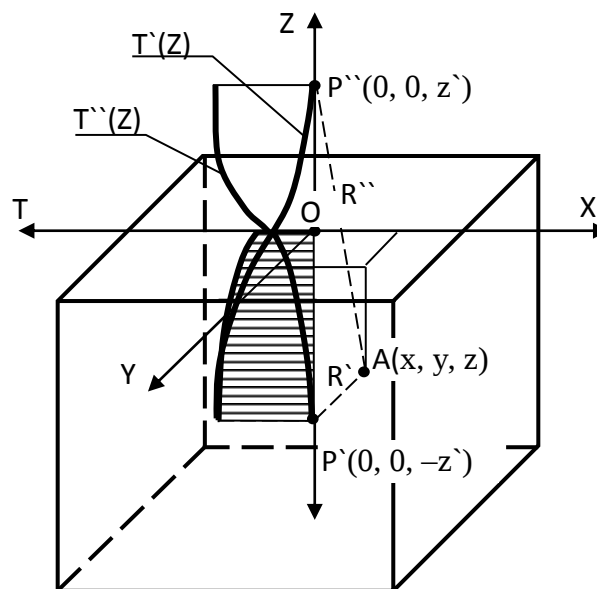


Рисунок 3.15 – Схема поширення тепла при наявності адіабатичної межі

За віссю OZ у точці P' з координатами (0, 0, -Z') розмістимо миттєве зосереджене точкове джерело, що містить Q (Дж) теплової енергії.

Уявно доповнимо напівнескінченне тіло таким самим, у дзеркальному відбитті, вище площини XOY. Фіктивне джерело, яке здатне створити у всіх точках поверхні поділу таке ж температурне поле, що й основне джерело теплоти, розмістимо в точці P'' з координатами (0, 0, Z'). У цьому випадку на межі відсутній тепловий обмін, тому що різниця температур від обох джерел у будь-якій точці основного тіла і умовного тіла дорівнює нулю. Для цього фіктивне джерело теплоти підібране таким чином, щоб його тепла потужність була однаковою з тепловою потужністю основного джерела і відстані від них за віссю OZ до початку координат – поверхні поділу були також однакові. Завдання зводиться до визначення температури в будь-якій точці нескінченного тіла (разом з умовним) від одночасної миттєвої дії 2 джерел однакової потужності – P' (0, 0, -Z') і P'' (0, 0, Z').

Відстані від досліджуваної точки A до джерел визначається радіус-векторами:

$$R' = \sqrt{X^2 + Y^2 + (Z - Z')^2} \quad \text{– від джерела теплоти в точці P'};$$

$$R'' = \sqrt{X^2 + Y^2 + (Z + Z')^2} \quad \text{– від джерела теплоти в точці P''}.$$

Температура в точці A від обох джерел теплоти виразиться таким чином:

$$T(X, Y, Z, t) = \frac{Q}{c\gamma(4\pi at)^{3/2}} e^{-\frac{R'^2}{4at}} + \frac{Q}{c\gamma(4\pi at)^{3/2}} e^{-\frac{R''^2}{4at}}. \quad (3.31)$$

Тепловий потік, відбиваючись від межі, поширюється у зворотному напрямку за тим самим законом, за яким він би поширювався в нескінченнім тілі при відсутності межі.

Таким чином, у напівнескінченному тілі непроникність граничної площини для теплового потоку підвищує її температуру в 2 рази в порівнянні з температурою тієї ж площини в нескінченному тілі.

У тому випадку, коли точкове джерело прикладене до нескінченно великого тіла безпосередньо на його поверхні, а поверхня не пропускає тепло, тобто має місце адіабатична гранична умова, то в цьому випадку процес поширення тепла еквівалентний дії джерела, що містить подвоєну кількість теплоти – 2Q у нескінченному тілі:

$$T(R, t) = \frac{2Q}{c\gamma(4\pi at)^{3/2}} e^{-\frac{R^2}{4at}}. \quad (3.32)$$

3.5.2 Ізотермічна межа

Ізотермічною називається границя з постійною температурою, що не залежить від теплового стану тіла (рис. 3.16).

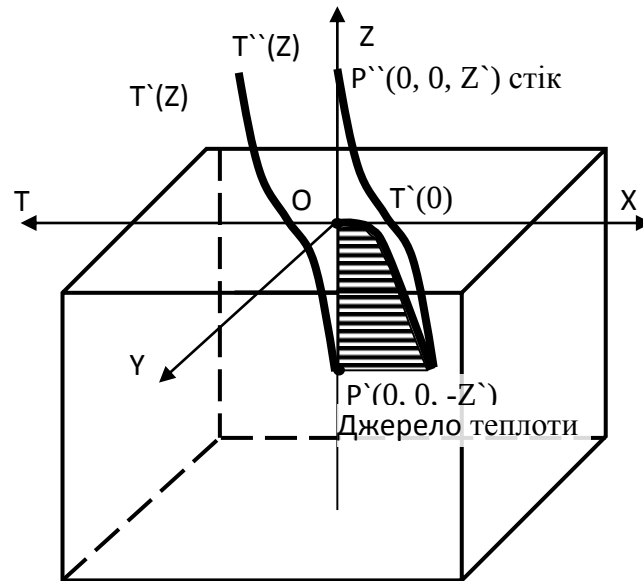


Рисунок 3.16 – Схема поширення тепла за наявності ізотермічної межі

Для одержання ізотермічної межі умовно встановимо фіктивне джерело в точці P'' , яке знаходиться на межі, тобто в площині XOY , забезпечило б одержання температур, менших або рівних за величиною і зворотних за знаком тим, які утворюються від дії основного джерела нагрівання. Таке джерело розглядають як стік тепла. У цьому випадку сума температур у будь-якій точці поверхні дорівнює постійній для даного стоку величині, що відповідає умові ізотермічної межі.

Температура в будь-якій точці тіла в цьому випадку визначається як різниця температур від 2 джерел: основного й фіктивного – стоку тепла:

$$T(X, Y, Z, t) = \frac{Q}{c\gamma(4\pi at)^{3/2}} e^{-\frac{R'^2}{4at}} - \frac{Q}{c\gamma(4\pi at)^{3/2}} e^{-\frac{R''^2}{4at}}, \quad (3.33)$$

де R' і R'' – відстані від заданої точки в напівнескінченному тілі до основного і фіктивного джерел тепла.

Таким чином, з використанням стоків теплоти можна одержати постійну температуру на поверхні тіла, що нагрівається, тобто ізотермічну межу.

3.5.3 Облік теплообміну на поверхні пластини і стрижня

При розрахунках процесу поширення тепла в пластинах і стрижнях необхідно враховувати вплив їх теплообміну з навколишнім середовищем через поверхню.

Нехай задана пластина з товщиною δ , з повним коефіцієнтом тепловіддачі α_n , початкова температура поверхні пластини – T , а температура навколишнього середовища дорівнює 273 К.

Тоді кожний елементарний об'єм пластини $dx dy$, нагрітий до температури T , віддає за час dt у навколишнє середовище кількість тепла dQ :

$$dQ = 2\alpha_n T dx dy dt . \quad (3.34)$$

Віднесемо цю кількість тепла до одиниці об'єму, до одиниці часу і до одиниці об'ємної теплоємності і одержимо миттєву швидкість зміни температури, обумовлену поверхневою тепловіддачею:

$$-\frac{2\alpha_n T dx dy dt}{c\gamma\delta dx dy dt} = -\frac{2\alpha_n T}{c\gamma\delta} = -b_1 T , \quad (3.35)$$

де $b_1 = \frac{2\alpha_n}{c\gamma\delta}$ – коефіцієнт температуровіддачі з поверхні.

Величина b_1 має розмірність 1/с. Знак “-” означає, що тепловіддача йде у бік меншої температури.

Для того щоб одержати диференціальне рівняння теплопровідності для пластини з тепловіддачею, потрібно до швидкості зміни температури, обумовленою теплопровідністю, алгебраїчно додати швидкість, обумовлену тепловіддачею:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) - b_1 T . \quad (3.36)$$

Розрахунки поверхневої тепловіддачі стрижня будуються так само, як і для пластини.

Ми маємо стрижень із площею поперечного перерізу F , з периметром P , з коефіцієнтом повної тепловіддачі α_n .

Кожний елементарний об'єм стрижня $F dx$, нагрітий до температури T , віддає за час dt через бічну поверхню $P dx$ кількість тепла

$$dQ = \alpha_n T P dx dt . \quad (3.37)$$

Віднесемо цю кількість тепла до одиниці об'єму, до одиниці часу та одиниці об'ємної теплоємності і одержимо миттєву швидкість зміни температури, обумовлену тепловіддачею:

$$-\frac{\alpha_n TP dx dt}{c \gamma F dx dt} = -\frac{\alpha_n TP}{c \gamma F} = -b_2 T, \quad (3.38)$$

де b_2 – коефіцієнт температуровіддачі для стрижня,

$$b_2 = \frac{\alpha_n P}{c \gamma F}. \quad (3.39)$$

Диференціальне рівняння теплопровідності для стрижня з тепловіддачею одержимо, додавши алгебраїчно до обумовленої рівнянням теплопровідності миттєвої швидкості зміни температури швидкість зміни, обумовлену тепловіддачею:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - b_2 T. \quad (3.40)$$

3.5.4 Рівняння процесу вільного охолодження

Припустимо, що в початковий момент часу температура пластини або стрижня постійна по всьому об'єму і дорівнює температурі T_0 . Починаючи з моменту $t = 0$, пластина або стрижень починають вільно охолоджуватися за рахунок поверхневої тепловіддачі.

Температура в процесі вільного охолодження буде залишатися однаковою по всьому об'єму пластини або стрижня:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial y} = 0. \quad (3.41)$$

Тоді диференціальне рівняння процесу вільного поверхневого охолодження набуде виду для пластини

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -b_1 T. \quad (3.42)$$

Інтегруючи $\frac{dT}{T} = -b_1 dt$; знаходимо:

$$\ln T = -b_1 t + \ln c. \quad (3.43)$$

Постійну c визначимо з початкових умов: якщо $t = 0$, то $T = T_0$, отже, $\ln c = T_0$. Підставляючи c у рівняння (3.43) і потенціюючи, одержимо:

$$T = T_0 e^{-b_1 t}.$$

Це рівняння процесу вільного охолодження. Формула визначає температуру необмеженої пластини або стрижня з тепловіддачею, яка дорівнює добутку температури, розрахованої для тих же умов пластини або стрижня без тепловіддачі, і множника вільного охолодження $e^{-b_1 t}$, що залежить тільки від тривалості процесу охолодження.

З урахуванням тепловіддачі процес поширення тепла в пластині набуде вигляду

$$T_{(r,t)} = \frac{Q_1}{c\gamma 4\pi a t} e^{(-\frac{r^2}{4at}) - b_1 t}, \quad (3.44)$$

де $Q_1 = \frac{Q}{\delta}$ – інтенсивність джерела тепла.

Нехай у стрижні в перерізі $X = 0$ (рис. 3.14) прикладене миттєве джерело, розподілене рівномірно по перерізу стрижня. Тоді поверхнева інтенсивність джерела тепла $Q_2 = \frac{Q}{F}$.

Процес поширення тепла в стрижні з тепловіддачею описується рівнянням

$$T(x,t) = \frac{Q_2}{c\gamma (4\pi a t)^{\frac{1}{2}}} e^{(-\frac{x^2}{4at}) - b_2 t}. \quad (3.45)$$

3.5.5 Принцип накладення

Усі реальні джерела нагрівання відрізняються тією чи іншою мірою від розглянутих ідеалізованих миттєвих джерел тепла: точкового, лінійного, плоского. Реальні джерела безупинно діють протягом більш-менш тривалого часу, і є розподіленими в більшому або меншому ступені. Для розрахунків поширення тепла від реальних джерел користуються принципом накладення елементарних розв'язків. Сутність цього принципу полягає в такому: температура від спільної дії сукупності розподілених у просторі або в часі джерел приймається рівній сумі температур від дії кожного джерела окремо:

$$T = f(Q_1; Q_2; Q_3; \dots; Q_n),$$

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + \dots + T_n, \quad (3.46)$$

де $T_1 = f_1(Q_1)$, $T_2 = f_2(Q_2)$,

Користуючись цим принципом, можна уявити собі реальне джерело будь-якої форми як сукупність зосереджених джерел, відповідно розподілених у часі дії джерела. Рішення для кожного елементарного джерела ми маємо, а підсумувавши їх, знайдемо рішення для джерела будь-якої форми і діючого в будь-який час.

При використанні принципу накладення необхідно вважати коефіцієнти теплофізичних властивостей сталими та незалежними від температури.

3.5.6 Розрахунки температури від розподіленого за обсягом джерела нагрівання

Для визначення дії розподіленого джерела теплоти використовують принцип накладення, склавши температури різних ділянок джерела теплоти. Відстань від джерела до точки, у якій визначається температура, визначається з формули

$$R^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2, \quad (3.47)$$

де x' , y' і z' – координати точки дії розподіленого джерела нагрівання.

$$dT(x, y, z, t) = \frac{dQ}{c\gamma(4\pi at)^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4at}}. \quad (3.48)$$

З урахуванням формулі (3.47) маємо

$$T_{(R,t)} = \int_V \frac{dQ}{c\gamma(4\pi at)^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{R^2}{4at}}. \quad (3.49)$$

3.5.7 Постійно діюче джерело нагрівання

Вплив такого джерела нагрівання можна уявити собі як вплив декількох джерел, розташованих в одній точці, що вмикаються через певні проміжки часу. Оскільки умовні джерела вмикаються в різні проміжки часу, наприклад t' , то час дії цих джерел визначиться як $t - t'$:

$$T_{(R, (t-t'))} = \frac{Q}{c\gamma(4\pi a(t-t'))^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{R^2}{4a(t-t')}}. \quad (3.50)$$

Для знаходження температури від постійно діючого джерела треба вираз (3.50) проінтегрувати за часом:

$$T_{(R, (t-t'))} = \int_0^t \frac{dQ}{c\gamma(4\pi a(t-t'))^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{R^2}{4a(t-t')}}. \quad (3.51)$$

3.6 Теплові властивості зварювальної дуги

В електричній зварювальній дузі відбуваються різні перетворення електричної енергії в теплову. Крім цього, у дузі протікають різні хімічні реакції, зокрема, процеси рекомбінації, які порушують тепловий баланс дуги. У загальному випадку вплив цих реакцій невеликий, і можна вважати загальну теплову потужність дуги пропорційною електричній потужності дуги:

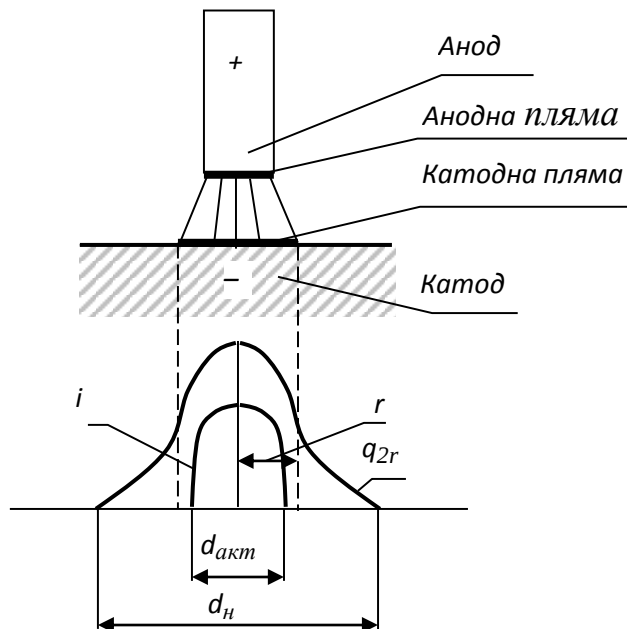
$$Q_{заг} = U_d \cdot I_{зв},$$

де U_d – напруга на дуговому проміжку, В;

$I_{зв}$ – струм дуги, А.

Дуга характеризується високою концентрацією нагрівання.

Зварювальний струм проходить через активні плями (рис. 3.17), але розподіляється по їхній поверхні нерівномірно. Він має максимальне значення в центрі активної плями і до країв зменшується до 0.



d_n – діаметр плями нагрівання; d_{akt} – діаметр активної плями;
 q_{2r} – активний питомий тепловий потік

Рисунок 3.17 – Схема теплового впливу зварювальної дуги

Тепло зварювальної дуги вводиться в метал на деякій ділянці його поверхні діаметром d_n , яка називається плямою нагрівання.

В активній плямі дуга розподіляє тепло за рахунок безпосереднього перетворення енергії електрично заряджених часток, що бомбардують, на теплову енергію поверхневого шару матеріалу електрода. Діаметр плями нагрівання завжди більше діаметра активної плями.

Кільцева зона плями нагрівання, що лежить поза активною плямою, нагрівається за рахунок конвективного обміну зі стовпом дуги, а також за рахунок променистого теплообміну зі стовпом дуги і активною плямою на електроді, а також у результаті тепловіддачі методом теплопровідності від активної плями.

Питомий тепловий потік q_{2r} показує, яка кількість тепла припадає на одиницю поверхні за одиницю часу.

Він найбільш значний у межах активної плями. з віддаленням від центру плями нагрівання питомий тепловий потік зменшується. Але у зв'язку з нагріванням кільцевої зони плями нагрівання, за рахунок конвективного і променистого теплообміну, він зменшується повільніше чим щільність струму.

Розподіл питомого теплового потоку поверхневої дуги по радіусу плями нагрівання підкоряється закону ймовірності:

$$q_{2r} = q_{2m} e^{-kr^2}, \quad (3.52)$$

де q_r – тепловий потік у плямі нагрівання на відстані r від центра, $\frac{Дж}{с}$;

q_{2m} – максимальний тепловий потік у центрі плями нагрівання, $\frac{Дж}{с}$;

$$q_{2m} = \frac{k}{\pi} q, \quad (3.53)$$

де q – ефективна теплова потужність зварювальної дуги;

k – коефіцієнт зосередженості теплового потоку дуги, $1/см^2$.

Коефіцієнт k характеризує розподіл питомого теплового потоку по центру нагрівання.

Чим вище k , тем швидше убуває питомий тепловий потік з віддаленням від центра плями нагрівання, тим більше концентроване виходить нагрівання, тим менше діаметр плями нагрівання. Для дугового зварювання $k = 1-10$.

Джерело нагрівання, розподіл питомого потоку якого підкоряється нормальному закону розподілу ймовірності, зветься нормальним коловим джерелом.

Однак зосередженість тепла зварювальної дуги дуже велика. Вона дає настільки концентроване нагрівання, що в більшості випадків для спрощення розрахункової схеми дугу можна розглядати як зосереджене джерело. При розрахунках розмірів зони проплавлення, у випадку дуги малої і середньої потужності, слід враховувати розподільність питомого теплового потоку.

Не все виділюване дугою тепло, тобто не вся загальна теплова потужність, використовується при зварюванні для нагрівання виробу.

Частина тепла віддається в навколишнє середовище, а виріб сприймає тільки частину загальної теплової потужності, яку можна визначити, якщо відомий ефективний коефіцієнт корисної дії нагрівання виробу η_i :

$$q_i = \eta_i q_{заг}, \quad (3.54)$$

$$\eta_i = \frac{q_i}{q_{заг.}}, \quad (3.55)$$

де q_i – ефективна теплова потужність дуги;

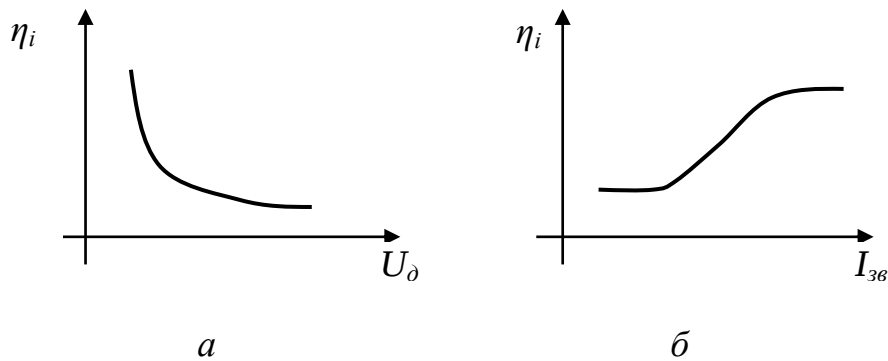
$q_{заг}$ – загальна теплова потужність дуги.

Та частина тепла загальної теплової потужності дуги, яка сприймається виробом, називається ефективною тепловою потужністю, тобто це кількість тепла, одержуваного виробом за одиницю часу.

к.к.д. нагрівання виробу залежить від виду зварювання. При ручному дуговому зварюванні, при зварюванні відкритою дугою електродом, що

плавиться, при малій і середній потужності дуги $\eta_i = 0,6-0,8$. При зварюванні зануреною дугою, а також у випадку зварювання під флюсом $\eta_i = 0,8-0,93$.

Ефективний к.к.д. (η_i) залежить також від режиму зварювання: зі збільшенням U_d – η_i зменшується, при зростанні $I_{зв}$ – η_i спочатку не змінюється, потім зростає до певної величини і залишається постійним (рис. 3.18).



а – вплив напруги на дузі; б – вплив зварювального струму

Рисунок 3.18 – Вплив параметрів режиму зварювання на η_i

Та кількість тепла, яку одержує одиниця довжини шва, зветься погонною енергією – це відношення ефективної теплової потужності до швидкості зварювання:

$$q_n = \frac{q_i}{v_{зв}}. \quad (3.56)$$

При зварюванні тонких листів необхідно враховувати товщину листа. Для цього вводиться поняття питомої погонної енергії:

$$q_n = \frac{q_i}{v_{зв} \delta}, \quad (3.57)$$

де δ – товщина листа, що зварюється.

3.7 Нагрівання виробу рухомим точковим зосередженим джерелом постійної потужності

Щоб описати процес поширення тепла від джерела, що беззупинно рухається, застосовують принцип накладення.

Для цього весь період дії джерела поділяють на нескінченно малі

елементи і розглядають окремі елементарні впливи джерела на теплопровідне тіло. Ці впливи прикладені до поверхні тіла в послідовний момент часу в точках, розташованих за віссю переміщення джерела. Процеси поширення тепла від елементарних впливів джерела можна розглядати незалежно один від одного. Підсумовуванням таких теплових процесів можна одержати рівняння процесу поширення тепла при безперервній дії рухомого джерела (рис. 3.19).

Рівняння граничного стану процесу поширення тепла точкового джерела постійної потужності, що рухається з постійною швидкістю по поверхні напівнескінченного тіла, віднесене до рухомої системи координат, можна одержати, як приватний розв'язок рівняння точкового миттєвого зосередженого джерела, якщо застосувати принцип накладання:

$$T_{(R,x)} = \frac{q_i}{2\pi\lambda R} e^{-\frac{\vartheta}{2a}(x+R)} + T_0, \quad (3.58)$$

де q_i – ефективна теплова потужність нагрівання виробу;
 λ – коефіцієнт теплопровідності;
 a – коефіцієнт температуропровідності;
 x – ордината, що збігається (у даному випадку) з напрямком зварювання;

$\vartheta_{зв}$ – швидкість зварювання;

R – відстань до заданої точки;

T_0 – початкова температура точки.

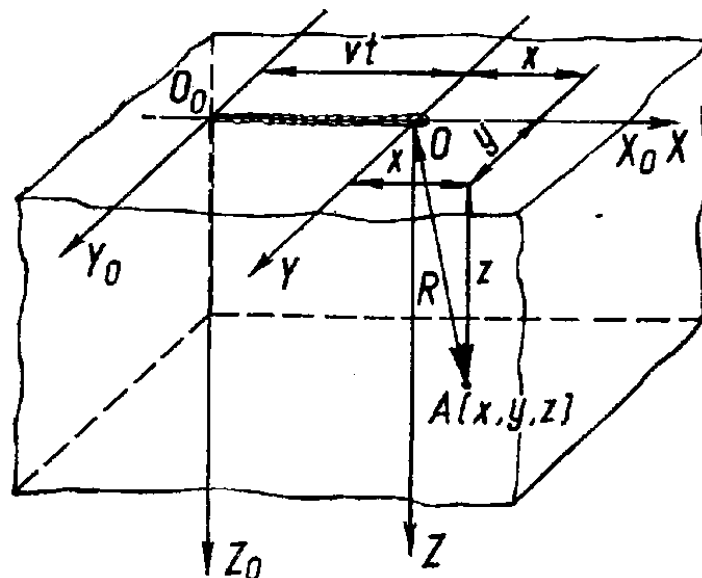


Рисунок 3.19 – Розрахункова схема процесу поширення тепла при наплавленні валика на масивне тіло рухомою дугою

Аналіз:

1. Нехай $\vartheta_{зв} = 0$, тоді

$$T_{(R,x)} = \frac{q_i}{2\pi\lambda R} + T_0 . \quad (3.59)$$

З формули (3.59) виходить, що при нерухомому джерелі температура заданої точки залежить від відстані R . Чим більше відстань, тим менше температура.

2. Нехай $R = x$. Тоді

$$T_{(x)} = \frac{q_i}{2\pi\lambda x} e^{\frac{\vartheta_{зв} x}{a}} + T_0 , \quad (3.60)$$

до того ж $(e^{\frac{-\vartheta_{зв} R}{a}}) < 1$.

Чим більше $\vartheta_{зв}$, тим швидше зменшується температура поперед джерела, тим менше тепла поширюється поперед нього. Якщо джерело рухається дуже швидко, то практично все тепло буде поширюватися за джерелом. За джерелом температура в напівнескінченній тілі завжди розподіляється однаково, і її розподіл не залежить від швидкості зварювання.

3. Нехай $R = -x$. Тоді

$$T_{(R)} = \frac{q_i}{2\pi\lambda x} + T_0 . \quad (3.61)$$

Це рівняння тотожне рівнянню для нерухомого джерела і показує, що для точок, розташованих на негативній півосі X , температура не залежить від швидкості зварювання.

Для точок, розташованих на осі Y , рівняння набуде такого вигляду:

$$T_{(R,t)} = \frac{q_i}{2\pi\lambda R} \exp\left(-\frac{\vartheta_{зв} R}{2a}\right) + T_0 . \quad (3.62)$$

З віддаленням від рухомого джерела назад температура зменшується найбільш повільно. У напрямку, нормальному до осі руху джерела, температура зменшується швидше, а поперед джерела найбільш швидко, тобто розподіл температур має вигляд, показаний на рисунку 3.20.

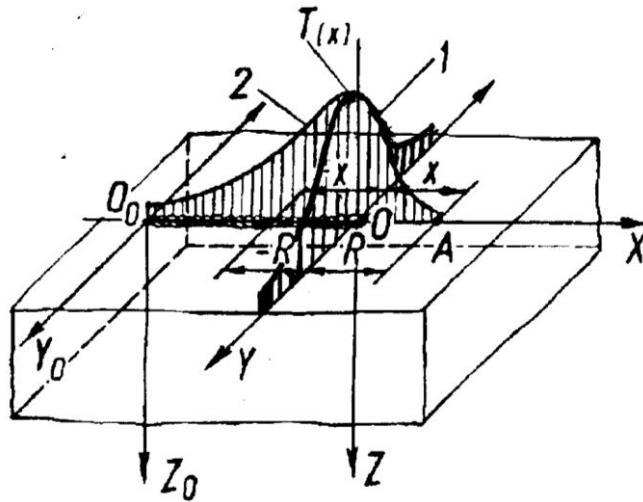


Рисунок 3.20 – Схема теплопередачі на поверхні масивного тіла при наплавленні валика рухомою дугою

3.8 Розрахунки граничної температури при автоматичному наплавленні валика на масивне тіло

При автоматичному наплавленні джерело називається швидкорухомим, так як швидкість зварювання становить 20...40 м/г. При більших швидкостях зварювання ізотерма витягується вздовж напрямку зварювання. Нагріта область тіла розташовується вузькою смужкою уздовж шляху переміщення, а тепло поширюється в напрямку, перпендикулярному осі переміщення джерела. Тому розрахункові схеми, що описують процес поширення тепла, значно спрощуються:

$$\frac{dT}{dy} \gg \frac{dT}{dx}, \quad \frac{dT}{dz} \gg \frac{dT}{dx}. \quad (3.63)$$

Нагрівання швидкорухомим джерелом можна схематизувати як дію лінійного миттєвого джерела нагрівання на напівнескінченне тіло (рис. 3.21):

$$T_{(rt)} = \frac{Q_1}{c\gamma\delta\pi at} e^{-\frac{r^2}{4at}} + T_0, \quad (3.64)$$

де

$$Q_1 = \frac{Q}{l}. \quad (3.65)$$

$$Q = q_i dt = q_i \frac{dx}{\vartheta_{36}}; \quad (3.66)$$

$$Q_1 = q_i \frac{dx}{\vartheta_{36} dx} = \frac{q_i}{\vartheta_{36}}. \quad (3.67)$$

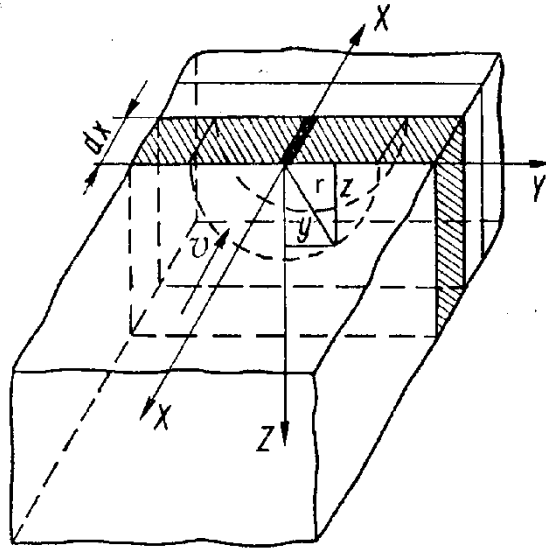


Рисунок 3.21 – Схема розсічення напівнескінченного тіла на тонкі пластини з бічними площинами, що не проводять тепло

Підставимо рівняння (3.67) у рівняння (3.64) і з урахуванням $a = \frac{\lambda}{c\gamma}$ одержимо:

$$T_{(rt)} = \frac{q_i}{4\pi\lambda\vartheta_{36}t} e^{-\frac{r^2}{4at}} + T_0. \quad (3.68)$$

Для застосування цієї формули при нагріванні напівнескінченного тіла значення q_i подвоюється:

$$T_{(rt)} = \frac{q_i}{2\pi\lambda\vartheta_{36}t} e^{-\frac{r^2}{4at}} + T_0, \quad (3.69)$$

де $r^2 = y^2 + z^2$.

Рівняння (3.69) призначене для розрахунків температур у будь-якому масивнім тілі, при нагріванні його поверхні потужним швидкокорухомим джерелом тепла.

3.9 Розрахунки граничної температури при автоматичному зварюванні листів встик з повним проплавленням

При автоматичному зварюванні листів встик з повним проплавленням розрахунок граничної температури полягає в такому. Умовно у виробі, що зварюється, виділяємо брусок товщиною δx (рис. 3.22). Схема процесу зварювання – дія миттєвого плоского джерела тепла на напівнескінченний стрижень.

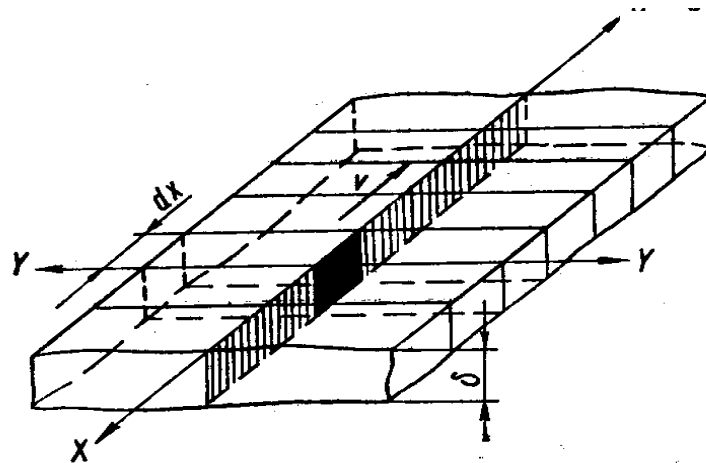


Рисунок 3.22 – Схема розсічення тонкого листа на пластини товщиною δx поперек напрямку зварювання

$$T_{(y,t)} = \frac{Q_2}{c\gamma(4\pi at)^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{y^2}{4at}} + T_0, \quad (3.70)$$

де

$$Q_2 = \frac{Q}{F}, \quad (3.71)$$

$$F = \delta dx; Q = q_i dt. \quad (3.72)$$

Оскільки

$$dt = \frac{dx}{v_{зв}},$$

то

$$Q = q_i \frac{dx}{v_{зв}}. \quad (3.73)$$

Підставляючи вирази (3.73) і (3.72) у вираз (3.71), одержимо:

$$Q_2 = \frac{q_i dx}{\vartheta_{36} \delta dx} = \frac{q_i}{\vartheta_{36} \delta} . \quad (3.74)$$

Це значення Q_2 підставляємо в рівняння (3.70) і отримаємо:

$$T_{(y,t)} = \frac{q_i}{\vartheta_{36} \delta c \gamma (4\pi a t)^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{y^2}{4at} - b_1 t} + T_0 , \quad (3.75)$$

де b_1 – коефіцієнт поверхневої температуровіддачі, $b_1 = \frac{2\alpha}{c\gamma\delta}$.

Рівняння (3.75) призначене для розрахунків граничної температури при дії швидкорухомого потужного джерела теплоти з рівномірним прогрівом за товщиною.

Приклад [2]. Пластини з низьколегованої сталі товщиною $\delta = 8$ мм зварюють із підігрівом, при $T_0 = 150$ °С дуговим зварюванням при струмі $I = 250$ А, напрузі дуги $U = 34$ В і швидкості зварювання $\vartheta = 18$ м/г = 0,5 см/с. Ефективний к.к.д. джерела $\eta = 0,8$.

Визначити температуру точки навколошовної зони з координатами щодо джерела, що рухається: $x = -20$ см, $y = 3$ см і температуру на осі шва в тому ж перерізі.

Розв'язання. Знаходимо значення теплофізичних коефіцієнтів $a = 0,08$ см²/с; $\lambda = 0,39$ Дж/(см·с·град), $c\gamma = 4,9$ Дж/(см³·град), $\alpha \approx 6 \cdot 10^{-3}$ Дж/(см²·с·град).

Ефективна потужність дуги:

$$q = \eta UI = 0,8 \cdot 34 \cdot 250 = 6800 \text{ Дж/с} .$$

Визначаємо коефіцієнт температуровіддачі:

$$b = \frac{2a}{c\gamma\delta} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{4,9 \cdot 0,8} = 3,06 \cdot 10^{-3} \frac{1}{c} .$$

Час, що пройшов з моменту проходження джерела теплоти через площину, у якій перебувають задані точки, визначиться через відстань x і швидкість зварювання ϑ_{36} :

$$t = -\frac{x}{\vartheta_{36}} = -\frac{-20}{0,5} = 40 \text{ с} .$$

Температуру точки навколошовної зони з координатою $y = 3$ см визначимо за формулою (3.75):

$$T = \frac{6800}{0.5 \cdot 0.8 \cdot 4,9 \sqrt{4 \cdot 3.14 \cdot 0.08 \cdot 40}} e^{-\frac{3^2}{4 \cdot 0.08 \cdot 40} - 3.06 \cdot 10^{-3} \cdot 40} + 150 = 390^{\circ}\text{C}.$$

Температуру осі шва також визначаємо за формулою (3.75) при $y = 0$:

$$T = 548 \cdot e^{-0.122} + 150 = 635^{\circ}\text{C}.$$

3.10 Етапи теплопередачі

При нагріванні тіла дугою область підвищених температур з часом збільшується, потім вона досягає своїх граничних розмірів, які із часом залишаються незмінними. Такий стан процесу, коли розміри нагрітої зони вже не збільшуються, називається граничним, або сталим станом. Отже, у процесі нагрівання розрізняють 2 періоди:

- 1 Теплонасичення, при якому розміри нагрітої зони збільшуються.
- 2 Граничний стан.

Іноді зазначають і третій період – період вирівнювання температури після зварювання.

При нерухомому джерелі тепла температурне поле граничного стану називається стаціонарним. При переміщенні дуги по виробу температурне поле в граничному стані, зберігаючи свою форму і розміри, переміщується разом з дугою.

Якщо віднести температурне поле до рухомої системи координат, то це поле виявляється як би нерухомим. Тому таке температурне поле називається квазістаціонарним.

Теоретично граничний стан встановлюється при тривалій дії джерела теплоти. Практично граничний стан устанавлюється через 3...5 С після початку процесу зварювання.

3.10.1 Період теплонасичення

Формули для визначення температур у випадку несталого температурного поля при дії рухомих джерел теплоти містять інтеграли такі, що не беруться, тому температуру в стадії теплонасичення зручніше обчислювати за номограмами.

Подамо температуру T у періоді теплонасичення як добуток температури в граничному стані $T_{гр}$ на коефіцієнт теплонасичення ψ :

$$T = \psi T_{гр}. \quad (3.76)$$

Коефіцієнти теплонасичення для трьох основних схем нагрівання при зварюванні подані на рисунку 3.23 [8] залежно від безрозмірних критеріїв часу τ і безрозмірних відстаней від джерела теплоти до розглянутої точки ρ . Коефіцієнти зростають від нуля до одиниці.

Номограма для визначення ψ_3 (3.23, а) у випадку точкового джерела теплоти побудована залежно від критеріїв [8]:

$$\rho_3 = \frac{gR}{2a} \text{ і } \tau_3 = \frac{g^2 t_n}{4a}. \quad (3.77)$$

Номограма для визначення ψ_2 (рис. 3.23, б) у випадку лінійного джерела теплоти побудована залежно від критеріїв:

$$\rho_2 = \frac{gR}{2a} \sqrt{1 + \frac{4ba}{g^2}} \text{ і } \tau_2 = \frac{g^2 t_n}{4a} \left(1 + \frac{4ba}{g^2} \right). \quad (3.78)$$

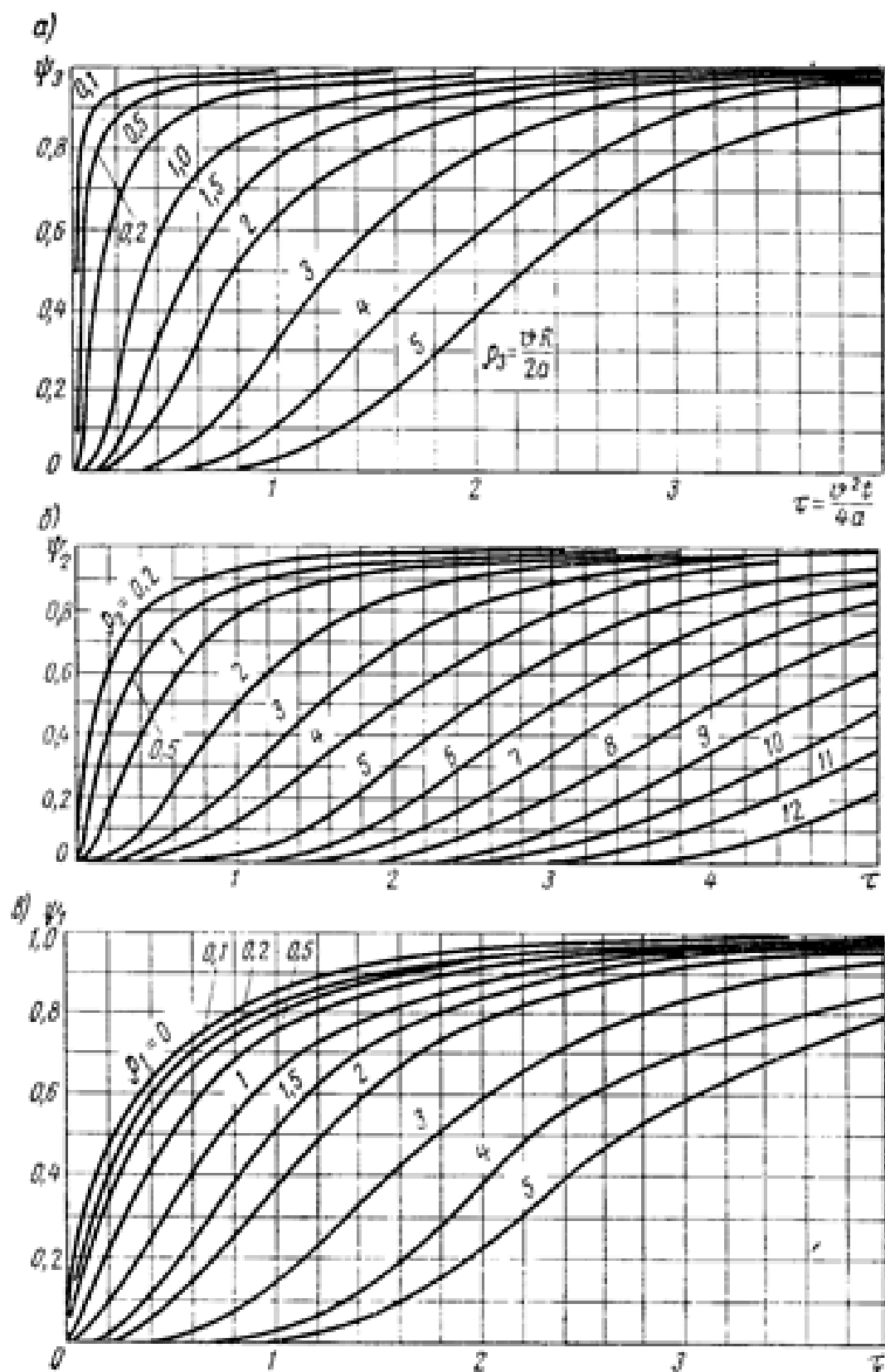
Номограма для визначення ψ_1 (рис. 3.23, в) у випадку плоского джерела теплоти побудована залежно від критеріїв:

$$\rho_1 = \frac{g|x|}{2a} \sqrt{1 + \frac{4ba}{g^2}} \text{ і } \tau_1 = \frac{g^2 t_n}{4a} \left(1 + \frac{4ba}{g^2} \right). \quad (3.79)$$

Гранична температура $T_{гр}$ в рухливих координатах, початок яких збігається із джерелом теплоти, обчислюється за формулами (3.58) та (3.69). З розгляду характеру кривих на номограмах (див. рис. 3.23) впливає, що чим ближче розташована до джерела теплоти задана точка тіла, тим раніше і тим швидше зростає температура в ній. У зоні, яка розташована ближче до джерела теплоти, період теплонасичення закінчується раніше, чим у віддалених зонах.

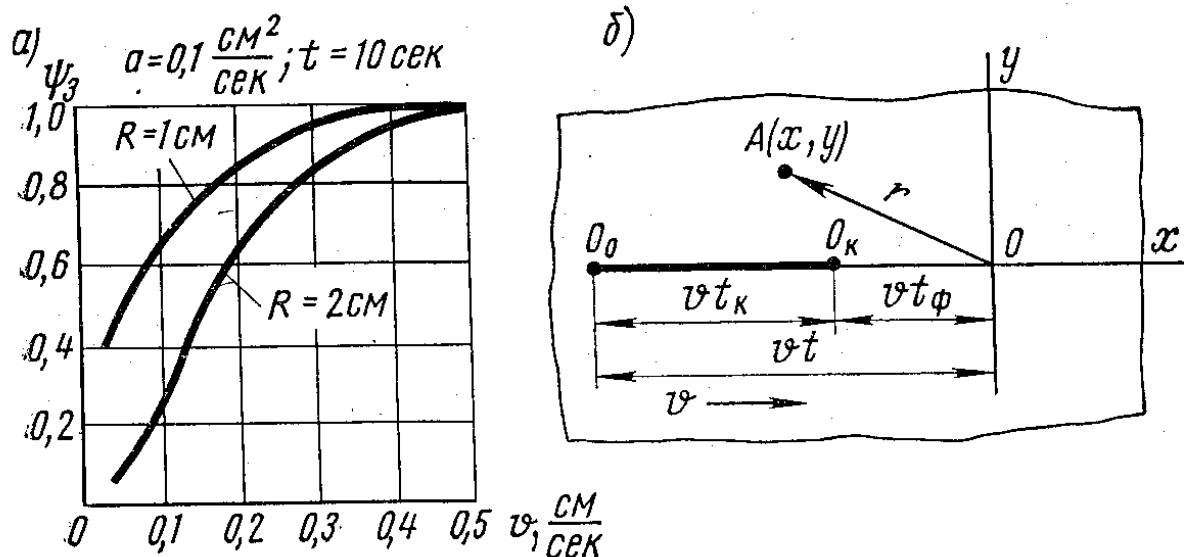
На тривалість періоду теплонасичення суттєво впливає швидкість руху джерела теплоти g . Чим швидше рухається джерело, тим більше коефіцієнт теплонасичення (рис. 3.24, а) [8].

Чим більш стиснутий потік теплоти, тим повільніше йде процес теплонасичення. Тому за інших рівних умов процес теплонасичення в стрижні закінчується пізніше, чим у пластині, а в пластині – пізніше, чим у масивному тілі.



а – ψ_3 для точкового джерела в напівнескінченному тілі;
 б – ψ_2 для лінійного джерела в нескінченній пластині;
 в – ψ_1 для плоского джерела в нескінченному стрижні

Рисунок 3.23 – Номограми для визначення коефіцієнта теплонасичення



а – залежність коефіцієнта теплонасичення ψ_3 від швидкості руху точкового джерела теплоти;

б – схема дії фіктивного джерела теплоти та фіктивного стоку в пластині в період вирівнювання температур

Рисунок 3.24 – Процес теплонасичення і вирівнювання температури тіла від дії рухомих джерел теплоти

3.10.2 Період вирівнювання температури

Після припинення дії джерела теплоти настає період вирівнювання температур. Теплота, уведена раніше, продовжує поширюватися в тілі і віддаватися в навколишнє середовище.

Визначення температури в період вирівнювання можна робити шляхом використання фіктивного джерела стоку теплоти.

Розглянемо випадок, коли джерело теплоти в точці O_K припинило рух і перестало діяти (рис. 3.24, б).

Будемо однак припускати, що фіктивне джерело теплоти тієї ж потужності продовжує свій рух з тією ж швидкістю v . Разом з ним рухається фіктивний стік теплоти такої ж потужності, як джерело. Очевидно, що джерело і стік теплоти будуть взаємно знищуватися. Формальне введення фіктивних джерела і стоку теплоти необхідно лише для зручності чисельного визначення температури в період її вирівнювання. Допустимо, що через час t_ϕ після припинення дії джерела теплоти, потрібно визначити температуру в нерухомій точці пластини $A(x, y)$, координати якої записані в рухомій системі координат. За час t_0 початок рухомої системи координат переміститься в точку O . Температура

точки А визначиться як різниця двох температур: температури від джерела теплоти T_d , яке діяло протягом часу t , просуваючись із точки O_0 у точку O , і температури від стоку теплоти T_c , який діяв у перебігу часу t_ϕ на ділянці $O_K O$:

$$T_A = T_d - T_c. \quad (3.80)$$

Обидві температури T_d і T_c у рівнянні (3.80) можна виразити за рівнянням (3.76) через температуру граничного стану і відповідні коефіцієнти теплонасичення:

$$T_A = T_{cp} \psi_2(t) - T_{cp} \psi_2(t_\phi) = T_{cp} [\psi_2(t) - \psi_2(t_\phi)]. \quad (3.81)$$

Граничну температуру і коефіцієнти теплонасичення знаходять за відповідними формулами і номограмами. Координати точки А беруть обов'язково в рухомій системі координат, яка продовжує переміщуватися зі швидкістю $\mathcal{Q}$.

Якщо джерело теплоти діяло довго і t_k велике, тобто до моменту припинення нагрівання був досягнутий граничний стан, то $t = t_k + t_\phi$ також велике і $\psi_2(t) \approx 1$. Тоді

$$T_A = T_{cp} [1 - \psi_2(t_\phi)]. \quad (3.82)$$

Останній випадок відповідає періоду вирівнювання температур після досягнення граничного стану. Приклад був ілюстрований визначенням температури в точці А, яка належить пластині. Аналогічно обчислюють температури для точок масивного тіла і стрижня.

Приклад 1 [2]. на поверхню масивного тіла зі сталі, починаючи від точки O_0 (рис. 3.24, б), наплавляють валик $O_0 O_K$ довжиною 50 мм. Режим наплавлення: ефективна потужність $q = 6\,000$ Дж/с, швидкість зварювання $\mathcal{Q} = 0,1$ см/с. Теплофізичні коефіцієнти: $a = 0,083$ см²/с, $\lambda = 0,4$ Дж/(см·с·град).

Визначити температуру точки O_0 у момент закінчення наплавлення і через 30 с після закінчення наплавлення.

Розв'язання. Для розрахунків приймаємо схему точкового джерела теплоти, що переміщується по осі Ox на поверхні напівнескінченного тіла.

Розрахунок температури в період теплонасичення в момент закінчення зварювання.

Миттєві координати точки O_0 у момент, коли джерело теплоти перебуває в точці O_K (рис. 3.24, б), будуть $x = -5$ см; $y = 0$; $z = 0$; $R = 5$ см.

Час дії джерела теплоти

$$t = -\frac{x}{\mathcal{Q}} = -\frac{5}{0.1} = 50 \text{ с}.$$

Безрозмірні критерії відстані і часу, від яких залежить коефіцієнт теплонасичення ψ_3 , знаходять по формулах (3.77)

$$\rho_3 = \frac{0,1 \cdot 5}{2 \cdot 0,083} = 3 \text{ і } \tau = \frac{0,1^2 \cdot 50}{4 \cdot 0,083} = 1,5.$$

Температуру граничного стану точки O_0 , яка має миттєві координати $x = -5 \text{ см}$; $R = 5 \text{ см}$, коли джерело теплоти перебуває в O_K , визначаємо за рівнянням (3.58)

$$T_{ep} = \frac{6000}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,4 \cdot 5} = 478^\circ C.$$

Температуру точки O_0 у момент закінчення наплавлення знаходимо за формулою (3.76)

$$T = \psi_3 T_{ep} = 0,6 \cdot 478 = 287^\circ C.$$

Розрахунки температури в періоді вирівнювання.

Через 30 с після закінчення зварювання фіктивні джерело і стік теплоти будуть перебувати в точці O (рис. 3.24, б). Відрізок $O_K O$ буде дорівнювати $\eta t_{\phi} = 0,1 \cdot 30 = 3 \text{ см}$. Миттєві координати точки O_0 відносно точки O будуть $x = -8 \text{ см}$; $y = 0$; $z = 0$; $R = 8 \text{ см}$.

Тривалість дії джерела теплоти дійсного і фіктивного становитиме

$$t = 50 + 30 = 80 \text{ с}.$$

Безрозмірні критерії відстані і часу для джерела теплоти по формулі (3.77) будуть

$$\rho_3 = \frac{0,1 \cdot 8}{2 \cdot 0,083} = 4,82 \text{ і } \tau_3 = \frac{0,1^2 \cdot 80}{4 \cdot 0,083} = 2,41.$$

За цими даними із графіка, зображеного на рисунку 3.23, а, знаходимо $\psi_{31} = 0,59$. Тривалість дії фіктивного стоку теплоти дорівнює 30 с. Безрозмірні критерії відстані і часу для стоку теплоти становитимуть:

$$\rho_3 = 4,82 \text{ і } \tau_3 = \frac{0,1^2 \cdot 30}{4 \cdot 0,083} = 0,903.$$

За цими даними знаходимо $\psi_{3C} = 0,03$.

Граничну температуру точки O_0 знаходимо за формулою (3.58):

$$T_{ep} = \frac{6000}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,4 \cdot 8} = 298^\circ C.$$

Температуру точки O_0 через 30 с після закінчення наплавлення знаходимо за рівнянням (3.81):

$$T = T_{ep}(\psi_{3D} - \psi_{3C}) = 298(0,59 - 0,03) = 167^\circ C.$$

Приклад 2. Для умови прикладу 1 визначити температуру в точці O_K (рис. 3.24, б), через 25 с після припинення процесу наплавлення, який досяг граничного стану. Точка O_K є місцем закінчення процесу наплавлення.

Розв'язання. Миттєві координати точки O_K щодо точки O становитимуть:

$$x = -\mathcal{R}t = -0,1 \cdot 25 = -2,5 \text{ см}; y = 0; z = 0; R = 2,5 \text{ см}.$$

Безрозмірні критерії відстані і часу для фіктивного стоку теплоти становитимуть:

$$\rho_3 = \frac{\mathcal{R}R}{2a} = \frac{0,1 \cdot 2,5}{2 \cdot 0,083} = 1,5 \text{ і } \tau_3 = \frac{\mathcal{R}^2 t_n}{4a} = \frac{0,1^2 25}{4 \cdot 0,083} = 0,75.$$

За цим даними із графіка на рисунку 3.23, а знаходимо $\psi_{3C} = 0,66$. Граничну температуру точки O_K знаходимо за рівнянням (3.58):

$$T_{ep} = \frac{6000}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,4 \cdot 2,5} = 955^\circ C.$$

Температуру точки O_K через 25 с після закінчення процесу наплавлення знаходимо за формулою (3.82):

$$T = T_{ep}(1 - \psi_{3C}) = 955(1 - 0,66) = 324^\circ C.$$